

テンセグリティ構造の 自己釣り合い形状解析

張景耀
名古屋市立大学 大学院芸術工学研究科
Email: zhang@sda.nagoya-cu.ac.jp

第16回東海建築構造システムフォーラム
2013年2月22日(金) 名古屋大学にて

内容

1. テンセグリティの紹介
2. 形状決定法①対称性を利用した解析的手法
3. 形状決定法②適応軸力密度法
4. 形状決定法③動的緩和法
5. 形状決定法④非線形解析法

2

テンセグリティとは?

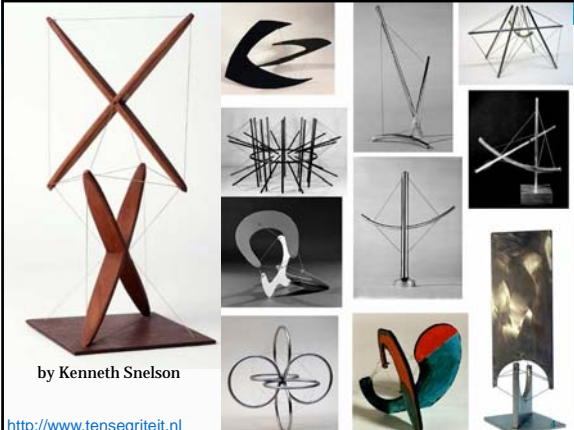
Tensegrity = Tensional + Integrity (R.B. Fuller, 1975)
 “islands of compression reside in a sea of tension”
 不連続な圧縮材、連続な引張材






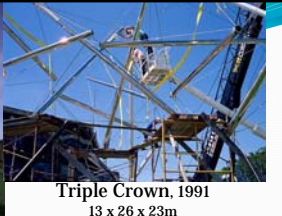

Spinal-column (1948)
X-column (1948)
Needle Tower (18m, 1968)
K. Snelson

3





by Kenneth Snelson

<http://www.tensegriteit.nl>



Triple Crown, 1991
13 x 26 x 23m

Sleeping Dragon, 2002
3 x 22.1 x 4.8m


<http://kennethsnelson.net>

3

Three Fans

Signet ring



<http://www.tensegriteit.nl>

日本建築学会 親と子の建築・都市講座
テンセグリティに挑戦!
(名大 小松先生)

建築生産演習(立命館)
材料:竹、ロープ

機械・生体医学分野

細胞形態変化

ロボット 人体モデル

制振装置 などなど...*

R. B. Fuller
(1895-1983)

The Montreal Biosphere
(Geodesic Dome, 1967)

http://24.media.tumblr.com/tumblr_m1y6hqAlHq1qbajhio1_400.pg

Tensegrity Dome Experiment, 1953

建築分野での応用: 構造要素

東京大学生産技術研究所 川口研究室 オフィス

建築分野での応用: ケーブルドーム

天城ドーム
(静岡県田方郡)

建設例: Gymnastic and fencing stadiums Seoul, 1988, South Korea
Georgia Dome, 1992, Atlanta, USA

- 軽量
 - ↑ 張力で剛性の向上
 - 圧縮材はローカル
 - 細長くできる
 - 引張材はグローバル
 - 高強度ケーブル
- 複雑なジョイント不要
- 地震に丈夫
- ▲ 風に敏感
- ▲ 張力管理は困難

13

張力構造の設計問題

Suspension Membrane Cable net

安定性条件

形状決定 自己釣り合い状態において形状と軸力分布

- 実験的 (試行錯誤)
- 理論的 (e.g. 対称性を利用した解析的手法)
- 数値的
 - 有向グラフに基づいた Direct Approach
 - 特異値解析に基づいた Adaptive force density method
 - 擬似的動的解析に基づいた Dynamic relaxation method
 - 固有値解析に基づいた非線形性的解析法

13

14

基本条件

基本仮定

1. ピン接合 → 軸力のみ(曲げ・振れなし)
2. 自重を無視、外力を考慮しない → 構造全体の安定性のみ考慮
3. 部材の降伏・座屈を考慮しない → ケーブル剛性の二価性を除く
4. 軸力は非零 → 固定節点なし
5. 自立(free-standing)

部材の種類

- 棒材 (圧縮材)
- ケーブル (引張材)

14

15

方法①

対称性を利用した解析的手法

(理論手法)

16

二面体群対称

二面体群 D_n

2n個の対称操作

- n個z軸まわり回転
- n個2-fold軸まわり回転

C_n, C_2, C_2' C_{2n}, C_2, C_2'

二面体群 D_3

2n個の節点(regular orbit)

- n個節点は上平面
- n個節点は下平面

Prismatic構造

16

17

二面体よりテンセグリティ構造の生成

17

18

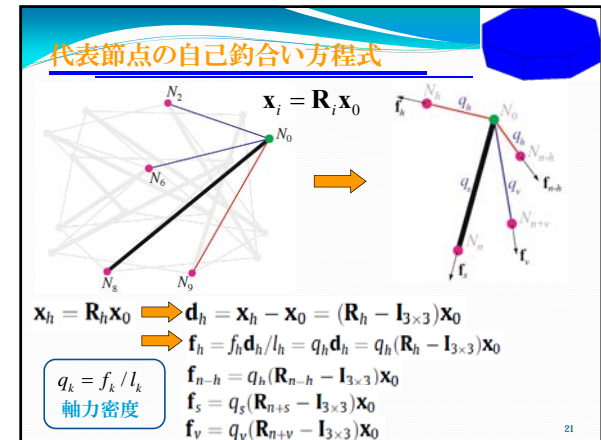
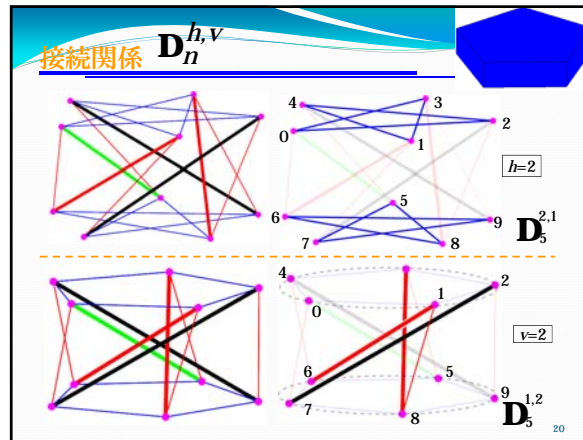
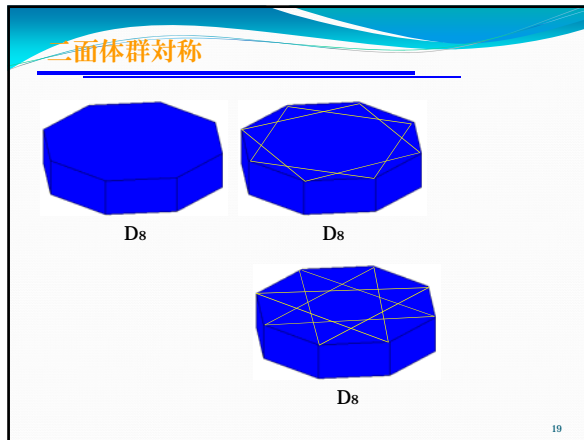
二面体群対称

D_3 D_4 D_5

D_8 D_{12} D_{20}

$D_{..}$

18



自己釣り合い形状

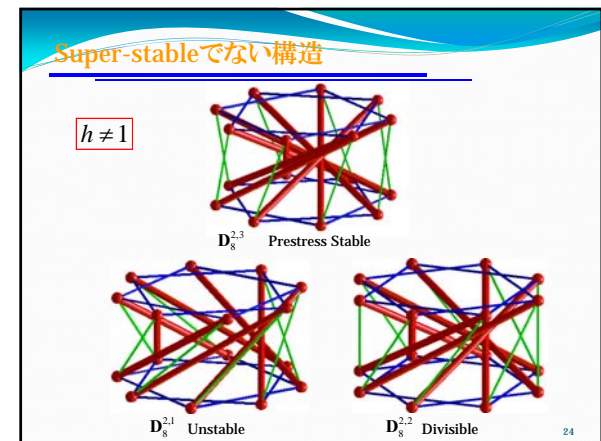
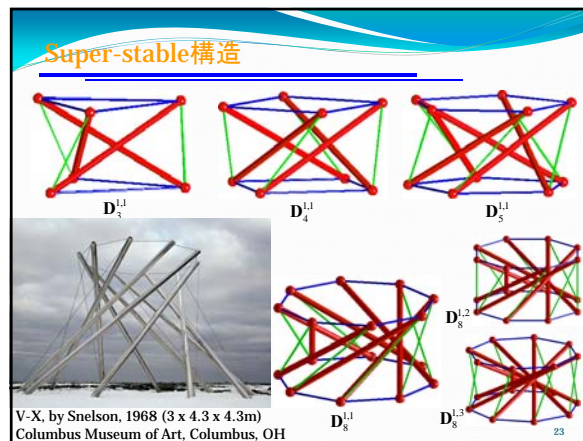
$$\mathbf{f}_h + \mathbf{f}_{n-h} + \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_v = \mathbf{0}$$

$\Rightarrow \tilde{\mathbf{E}} \mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ $\tilde{\mathbf{E}}$ 代表節点の軸力密度行列
 $\Rightarrow \det(\tilde{\mathbf{E}}) = 0$ 解の存在

$$\begin{cases} q_v = -q_s \\ q_h = +\frac{\sqrt{2-2C_v}}{2(1-C_h)} \\ q_v = -\frac{\sqrt{2-2C_v}}{2(1-C_h)} \end{cases} \quad C_i = \cos(2i\pi/n)$$

$$\mathbf{x}_0 = \frac{R}{R_0} \begin{bmatrix} C_v - 1 + \sqrt{2-2C_v} \\ S_v \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{H}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

22



四面体群対称の構造

四面体面体群の
Regular orbit

Type-2 12 節点
6 Struts

Type-1 6 Type-1
12 Type-2

Strut

メカニズム数 = $1 + 3 \times 12 - (6) - 24 = 7$

25

多面体群

四面体

六面体

八面体

十二面体

二十面体

点群
Regular Orbit

26

テンセグリティの安定性

(ちょっとだけ)

ピン接合構造物の安定性

拡張Maxwell's ルール：
メカニズム数 = 軸力モード数 + 自由度 - 反力数 - 部材数

$0 + 2 \times 3 - 2 \times 2 - 2 = 0 \rightarrow$ 安定

$0 + 3 \times 4 - 3 \times 3 - 3 = 0 \rightarrow$ 安定

$1 + 2 \times 3 - 2 \times 2 - 2 = 1 \rightarrow$ 不安定?

$1 + 3 \times 8 - (6) - 12 = 7 \rightarrow$ 不安定?
剛体変位

28

StabilityとSuper-stability

$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G$ ← 軸力・部材長さより
形状・材料より ← エネルギー増分は正

Stability \mathbf{K} 正定値 $\Rightarrow \mathbf{d}^T \mathbf{K} \mathbf{d} > 0$

Super-stability \mathbf{K}_E も半正定値 ← 固有値はゼロ以上

Elevation (Energy)

Position (Configuration)

not equilibrated unstable (1)

>0 (stable) (2)

<0 (unstable) (3)

0 (unstable) (4)

0 (unstable) (5)

<0 (unstable) (6)

0 (unstable) (7)

局所最小

局所最大

エネルギー増加・減少

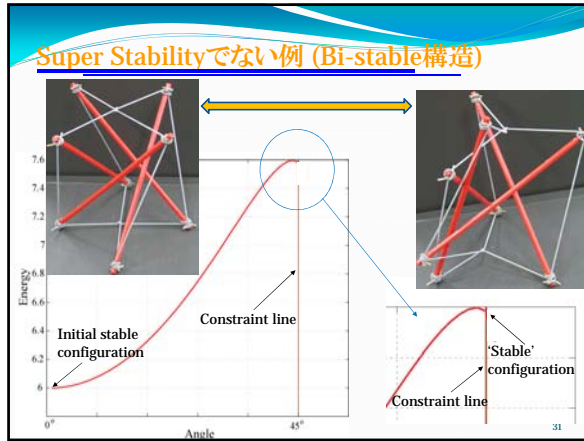
29

軸力と安定性

$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G$

軸力なし	メカニズム Neutrally Stable	$\mathbf{K}_G = 0$ $\mathbf{K}_E \geq 0$ $\mathbf{K} \geq 0$
引張力 正の軸力	Super-stable	$\mathbf{K}_G > 0$ $\mathbf{K}_E \geq 0$ $\mathbf{K} > 0$
圧縮力 負の軸力	Unstable	$\mathbf{K}_G < 0$ $\mathbf{K}_E \geq 0$ $\mathbf{K} < 0$

30



方法②

適応軸力密度法

(数値手法)

各方向の自己釣り合い方程式

$$p_i^x + \sum_{j \in J, k \in X} s_k \frac{x_j - x_i}{l_k} = 0$$

外力

軸力 部材長さ

軸力密度

軸力密度行列 → $\mathbf{E} \mathbf{x} = \mathbf{p} = \mathbf{0}$ 外力ゼロ

節点座標

$\mathbf{E} \mathbf{x} = \mathbf{E} \mathbf{y} = \mathbf{E} \mathbf{z} = \mathbf{0}$

\mathbf{E} : 軸力密度行列
 $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$: 節点座標

33

軸力密度行列

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 + q_3 & -q_1 & -q_2 & -q_3 & 0 & 0 \\ q_1 + q_4 + q_5 & -q_5 & -q_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 + q_5 + q_6 & -q_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 + q_4 + q_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sym.

34

非退化条件

$\mathbf{E} \mathbf{x} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{x} = \alpha_1 \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} + \sum_{i=2}^h \alpha_i \mathbf{P}_i$

- $h = 1 \Rightarrow 0$ 次元
- $h = 2 \Rightarrow 1$ 次元
- $h = 3 \Rightarrow 2$ 次元
- $h = 4 \Rightarrow 3$ 次元

Base node

35

軸力密度行列に関する条件

条件1: 安定性 (Super-stability)

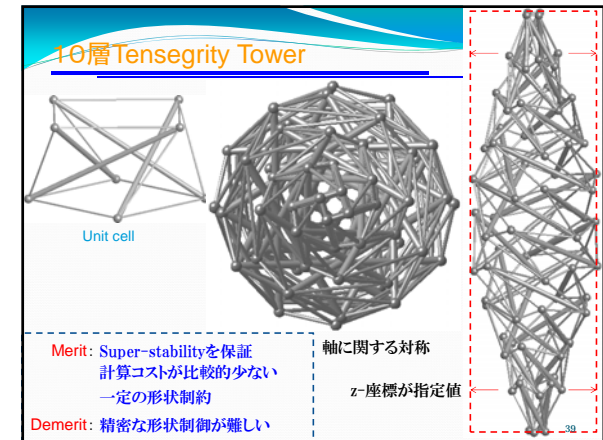
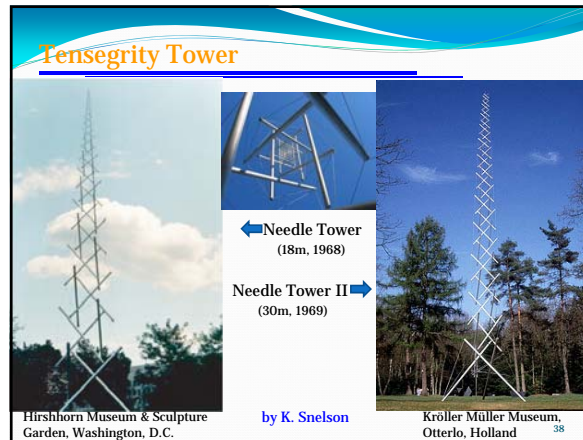
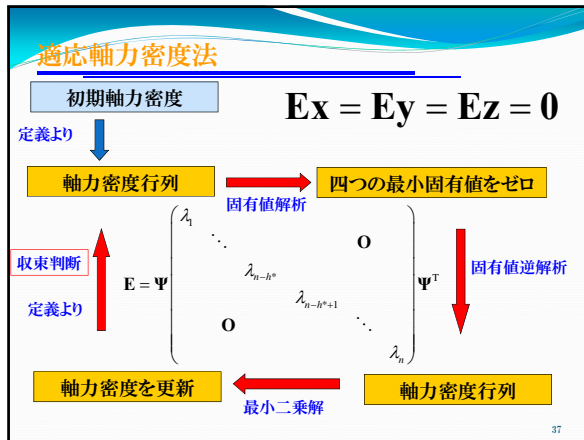
固有値はゼロ以上

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & & \\ & \mathbf{E} & \\ & & \mathbf{E} \end{bmatrix} \text{半正定値} \Rightarrow \mathbf{E} \text{半正定値}$$

条件2: 非退化 (Non-degenerate)

\mathbf{E} は四つ以上のゼロ固有値

36

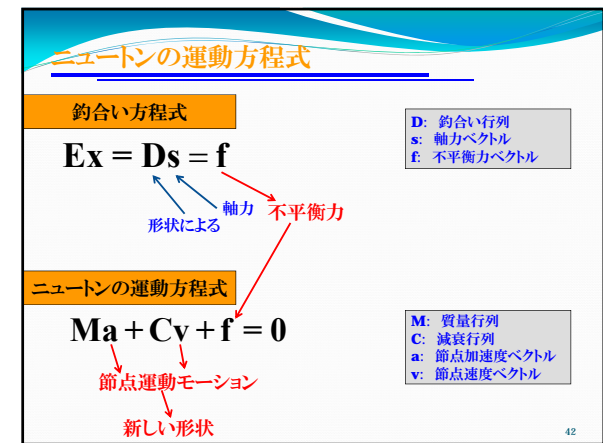


方法③

動的緩和法

(数値手法)

41



動的緩和法の基本的考え方

動的緩和法

- 擬似動的解析
- 釣合い状態に収束
- ケーブルネットなど張力構造への応用例あり

初期形状 不平衡力

↓ 運動方程式

新しい形状 不平衡力

↑ 運動方程式 ↓

運動エネルギーがピークになったら、速度をゼロにリセット；不平衡力が十分小さい場合に終了

↓

最終形状 自己釣合い

43

Ten-story Tensegrity Tower

Initial Final Final

Unit cell

Kinetic energy

44

Tensegrity Arch

Initial Final

Unit cell

Merit: 設定された形状に近い
Demerit: 計算コストが大

45

方法④

固有値解析に基づいた静的解析法

(数値手法)

非線形構造解析

非線形構造解析

初期形状 初期軸力

→ $Ds = f$ → 十分小 → END

↑ 座標更新 ↓ $Kd = f$

$d = K^{-1}f$

正則の場合

D: 釣合い行列
s: 軸力ベクトル
f: 不平衡力ベクトル
K: 剛性行列
d: 節点変位

$K = K_E + K_G$

47

固有値解析による逆行列

$$K = \Psi \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & \lambda_{n-h} & \\ 0 & & & \lambda_{n-h+1} & \ddots \\ & & & & & \lambda_n \end{pmatrix} \Psi^T$$

λ_i 非ゼロ $\rightarrow 1/\lambda_i$

λ_i ゼロ $\rightarrow 1/\lambda_i = 0$

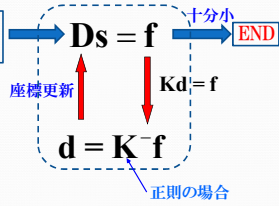
$$K^{-1} = \Psi \begin{pmatrix} 1/\lambda_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & 1/\lambda_i & \\ & & & 1/\lambda_{i+1} & \ddots \\ 0 & & & & & 1/\lambda_n \end{pmatrix} \Psi^T$$

48

固有値解析に基づいた非線形構造解析

非線形静的解析

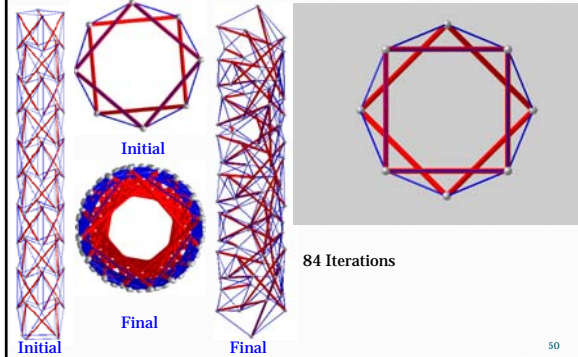
- 初期形状
- 初期軸力



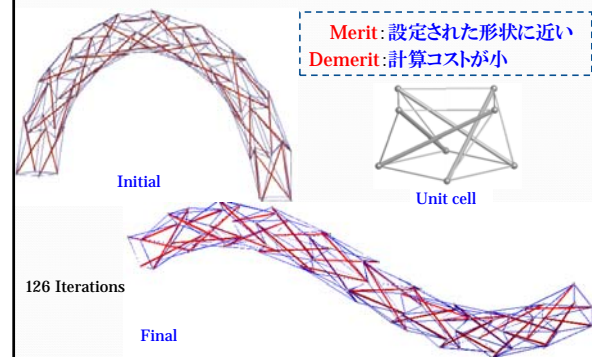
- D: 釣合行列
 - s: 軸力ベクトル
 - f: 不平衡力ベクトル
 - K: 剛性行列
 - d: 節点変位
- $K = K_E + K_G$



Ten-story Tensegrity Tower



Tensegrity Arch



内容

1. テンセグリティの紹介
2. 形状決定法①対称性を利用した解析的手法
3. 形状決定法②適応軸力密度法
4. 形状決定法③動的緩和法
5. 形状決定法④非線形解析法