令和元年度修士学位論文／修士学位作品内容　要旨

遺伝的アルゴリズムに基づいた二次元張力トラスのトポロジー最適化に関する研究

-

学籍番号 185713　周 越

（主指導教員　青木 孝義 教授　副指導教員　影山　正幸 准教授、 木村　俊明　講師）

1．はじめに

1.1　研究背景

コンピュータの計算能力が飛躍的に発展されるにつれ複雑な形態を有する建築の設計及び解析が可能となる。北京国家体育館やカタール国際会議場をはじめ、設計者だけではなくアルゴリズムを利用し、形状を決定されることは設計手法として増えてくる。

しかしながら、建築の形態を複雑化にとともに、構造解析の量も大幅に増えてきた。実務設計におけるすべての解を見つけることが時間的に不可能であろう。したがって、色々な最適化手法を構造解析に応用されてきている。構造最適化問題に対して、遺伝的アルゴリズムをはじめ、微分係数を必要としない手法と、非線形計画法などの微分係数を必要とする手法に分けられる。しかし、コストや施工の精度などの制限があって、現実の構造設計はほとんど離散的な問題になる。また、建築空間の使用など意匠の因子を考慮して必ずしも構造の最優解を採用ではない。したがって、微分係数を必要する手法より、遺伝的アルゴリズムなどのヒューリスティック手法が似合わないだろう。

構造最適化問題は断面積や断面の形状など断面の性能を最適化する断面最適化問題と、節点の位置また部材の接続関係を最適化する形状最適化問題に分けられる。その中で、部材の配置を最適化することをトポロジー最適化という。建築実務設計の初期段階で、たくさんの造形の模型を作り、優れる模型を選択する、こういう作業を繰り返すことが意匠事務所でよく見れらる。形状最適化もその作業パターンに相応しいと思う。また、二次元トラスの最適化問題は、純粋で代表的な最適設計問題としてよく扱われる。トラス構造は鋼材また木材によって構成される例が多い。これらの材料は基本圧縮より、引張ほうが強い。もし長い圧縮材を避け、できるだけ引張材を配置すれば、トラス自体も軽くで強くなれないと考える。

また、ヒューリスティック手法は基本ランダムに基づいたアルゴリズムである。したがって、同じ手順と同じパラメンターで計算し、必ずしも同じ結果を得るわけではない。ゆえに、同じ問題に対してどのぐらいの計算量でどのぐらい順位の結果が得られることを精密に評価するのが難しい。確率論では、一様分布のサンプルで、ランダムに個体を選択し、その個体の中で最も良い個体の全体に何位になる確率を順序統計量という。その順序統計量に基づいたヒューリスティック手法の性能を評価できないかと考える。また、実務設計上で、最適解より、上位解を使う場合もたくさんある。上位解の現実的な意味もある。

1.2　研究方法

トラスのトポロジー最適化は、らが提案してグランドストラクチャ(、以下)法が利用されることが多い。これは非常に単純な解析手法で、構造解析問題が組合せ問題に変換させる。しかしながら、この手法は膨大な計算量が必要という問題点を持つ。大森らはトラス最適化問題の安定性について三角形で最小単位として提案した[1]。大崎はトラスを含めて不連続コスト関数を有する構造物の最適設計法を提案した[2]。以降の研究もトラスの位相関係に注目したが、部材の応力が主に制約条件として考慮された。本研究では、トラス部材にプレストレスを導入し、より軽くて強いトラスを創出する手法を提案する。また、最適化を実現するアルゴリズムが以下のように述べる。

1980 年代に遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm ,以下GA)と呼ばれるヒューリスティック手法がアメリカのHolland によって提案された[1)]。GA は、生物の進化(選択、淘汰、交叉、突然変異)の原理を模倣したアルゴリズムである。GA は組合せ最適化問題など多くの問題に定期用され、その有効性が明らかにされている。また、GA の拡張については、ハイブリット型拡張、自己調整型拡張、多目的性を考慮した拡張などを挙げられる[1)]。その後、工学問題領域にも導入された。1994 年 P.Hajela らが GA に基づいたトラスのトポロジー最適化の応用を提案した[2)]。GA による最適化問題には煩雑な調整がたくさんある。簡便のために、標準的な GA を採用する。

本研究では、MATLAB というプログラミングソフトを利用し、GA に基づいたトラストポロジー最適化のシミュレーションを行なう。その結果のデータ分析し、先行の理論と結果を比較する。そして、GA を利用し、軸力の最適化を含めて二次元トラスの形態創生、また GA の性能評価を明らかにすることは目的とする。

2. トラスの形態創生

2.1 トポロジー最適化問題の定式化

トラスの構造最適化問題の定式化はいろいろな方法がある。簡便のために、以下の設定を採用する。トラスの位相関係は節点間の部材の組合せ関係だ。ゆえに、設計変数がトラスの断面積とする。

$$x = [x_1, x_2, \ldots x_n] \qquad (2.1)$$

GS の数は n とし、x は 0 もしくは 1 とする。x が 1 の時、この部材が存在する。x が 0 の時、この部材が存在しないとする。また、GS の各部材の長さは L とする。

$$L = [L_1, L_2, \ldots L_n] \qquad (2.2)$$

各部材の長さが固定なので、トラスの総体積が V とする。

$$V = L \times x \qquad (2.3)$$

また、建築の構造設計では、拘束条件と外力がある。これらの設計条件に対して、外力を受ける節点の外力仕事が W とする。

$$W = \frac{1}{2} D \times F \qquad (2.4)$$

F が外力の絶対値であり、D はその外力を受ける節点の変位の数値である。W を通じて、トラスの剛性が反映できる。構造物の剛性が多いほど、建築の安全性が高いと言えるだろう。ところが、剛性が高いは部材数が多い、つまりコストが高いと意味する。コストが建築設計中大きな影響因子だから、コストを抑えないといけない。鉄骨造の建物では、コストと鉄骨量が関わる。剛性と体積の関係については、以下の二つの考え方がある。一つは剛性が目的関数として、体積が制約条件とする。

$$\text{Minimize} \quad W \qquad (2.5)$$

$$\text{subject to} \quad V \le \overline{V} \qquad (2.6)$$

この方法のメリットは体積が精密に抑えることができる。しかしながら、今回の研究では、できるだけ、引張材の割合を増加し、長い圧縮材を避けることを求める。体積の制限はあまり強くない。その場合には、もう一つの方法がある、制約条件付きの最適化問題が無制約条件の最適化問題に転換する。

$$\text{minimize} \quad a \times \frac{W}{\overline{W}} + b \times \frac{V}{\overline{V}} \qquad (2.7)$$

ここで,a と b はそれぞれ外力仕事と体積の係数である。$\overline{W}$ と $\overline{V}$ は GS ですべての部材が存在するときの外力仕事と体積である。また、前章で述べた炭素繊維材料は普通な鋼材より引張強度が強いものの、重量が軽いという特徴が持つ。その特徴を反映するために、トラス体積の計算方法も併せて変更する。

$$V = V_1 + V_2 \qquad (2.8)$$

ここで、V_1 は圧縮材の体積であり、V_2 は引張材の体積である。式(2.8)を基づいた以下の変更がある。

$$V = V_1^2 + V_2 \qquad (2.9)$$

$$V = V_1 + 0.5 \times V_2 \qquad (2.10)$$

式(2.9)と式(2.10)は圧縮材の体積を拡大する、もしくは引張材の体積を小さくする。この二つの式は以下の章で検証する。

2.2 トラス部材にプレストレスの導入

トラスの位相関係により、部材の応力ー圧縮材と引張り材の分布も違います。要するに、形態と軸力がお互いに影響している。トラスの部材軸力分布は荷重、支持条件、材料のヤング率などに関わるが、もしプレストレスを導入し、そのプレストレスが十分い大きければ、外力を与えでも、

軸力の分布も変わらない。

トラス節点の平衡方程式が以下のように示す[3]。

$$\mathrm{Ds} = \mathrm{p} \tag{2.11}$$

$$\mathrm{D} = \begin{pmatrix} \mathrm{D}^{x} \\ \mathrm{D}^{y} \\ \mathrm{D}^{z} \end{pmatrix} \qquad \mathrm{p} = \begin{pmatrix} \mathrm{p}^{x} \\ \mathrm{p}^{y} \\ \mathrm{p}^{z} \end{pmatrix}$$

(2.12)

以上の方程式では、Dは平衡マトリックスという、二次元のトラス構造に対して、Dのサイズは$2n \times m$となる。

$$\mathrm{D} = \begin{pmatrix} \mathrm{D}^{x} \\ \mathrm{D}^{y} \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

また、外力を受けない場合では

$$\mathrm{p} = 0 \tag{2.14}$$

軸力もしくはプレストレスの自己平衡方程式 s が以下のように示す。

$$\mathrm{Ds} = 0 \tag{2.15}$$

式 2. 15 で s はプレストレスベクターである。s はプレストレスモード行列 A とその係数 a で書きなおすることができる。

$$\mathrm{s} = \mathrm{Aa} \tag{2.16}$$

トラスの引張材の割合を増加することを求めるので、

$$\mathrm{s}_{i} > 0 \tag{2.17}$$

したがって、以下の最適化問題を定義する。

$$\sum_{i} f(\mathrm{s}_{i}) \tag{2.18}$$

$$\mathrm{a}^{T}\mathrm{a} = 1 \tag{2.19}$$

また、関数 f は以下のように定義する。

$$f(\mathrm{s}_{i}) = \begin{cases} 1, & \text{if } \mathrm{s}_{i} > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(2.20)

まずはステップ 1、GA によって、初期解をランダムに生成する。ステップ 2 は、その初期解に対して、プレストレスモードを分析して、モード係数の最適化を行う。そのステップ 1 とステップ 2 の手順を繰り返して、最後の結果を得る。

GA では一般的に次の操作が用いられる。

選択は生物の自然淘汰をモデル化したもので、適応度にもとづいて個体を増やしたり削除したりする操作である。

交叉は生物が交配によって子孫を残すことをモデル化したもので、個体の遺伝子の一部を入れ換える操作である。交叉はその性質上、最も重要な遺伝的操作と言うことができる。

突然変異は生物に見られる遺伝子の突然変異をモデル化したもので、個体の遺伝子の一部を変化させる操作である。局所最適解に陥ることを防ぐ効果がある[5]。

2.3.計算例

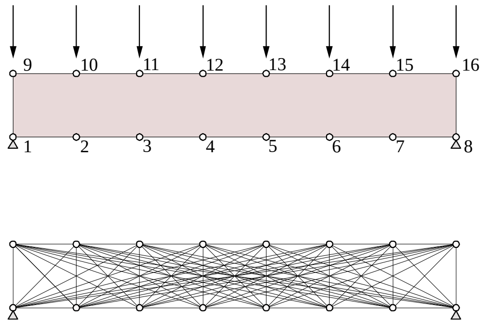


図 1　例 1 のグランドストラクチャ

このトラスは両端支持の単純梁であり、合計 16 の節点がある。GS に部材数が 78 がある。外力 F は節点 9～16 に鉛直荷重 1 を与える。ヤング係数が 1 とする。目的関数および制約は式 2. 7～式 2. 10 を参考する。はランダムに初期集団を生成するために、初期解と b の関連性が低いがわかる。

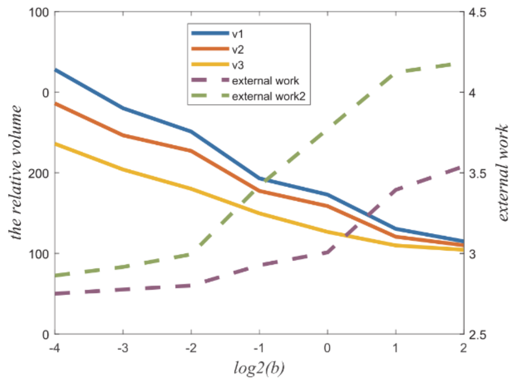


図 2　トラス体積と外力仕事の関係

例 1 のまとめ

・最適解の形態が支持条件と荷重による変わる。両端支持の場合は、荷重がトラスの上から加えるとき、最後の最適解がアーチに近くなる。

・ステップ 1 による体積が 9 割までに減らした。ステップ 2 がさらに 7 割までに減らしたことがわかる。

GS 部材の総数が 181 であり、断面積が 0 また 1、2 種類があるので。すべての組合せが 2^{181} がある。また、トラスの引張り材を炭素繊維材料に転換することを反映するように、引張り材の体積が減らすと圧縮材の体積が増加すること、2 つの選択がある。例 2 のトラス最適化がステップ 1 のみの最適化と全体最適化、また炭層繊維なしの最適化三つのシミュレーションを行なった。結果としては以下となる。

・ステップ 1 のみの最適化が普通の最適化より引張り材の割合が増えたことがわかる。

・全体の最適化がステップ 1 のみの最適化より、体積が同じぐらいで剛性は向上することが分かる。プレストレス導入する有効性が検証した。

3. GA の性能評価

GA がランダム性の特徴を持つために、同じ計算手順を二度やると、同じ結果を得る保障がない。したがって、違うトラスを対象として最適化を行うとき、どのぐらいの計算量で収束させることの判断が困難である。山川らは、順序統計量を利用してロバスト最適設計を提案した[3]。GA が不確定性が持つので、本研究にも順位統計量を導入して、GA を評価できないかと考える。

前に述べたように、n 個のサンプルにランダムに r 個の個体を選択し、優良解を選んだ確率がわかれば、この確率に基づいて r 回の計算量の GA の性能評価ができないかと考える。

その確率の誘導が以下となる[4]。

$$P_r(i,j) = \frac{C_{j-1}^{i-1} \cdot C_{n-j}^{r-i}}{C_n^r}$$

(3.4)

式 3. 4 を利用し、n 個のサンプルから r 個を選択し、選択された個体のなかで、相対順位 i の個体が全体の絶対順位 j となる確率が分かる。

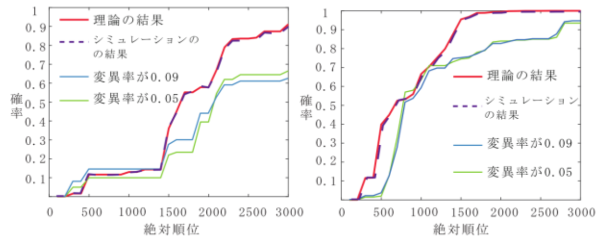
$$\overline{P}_r(1,j) = \frac{C_{n-j}^{r-1}}{C_n^r}$$

(3.5)

そして、r 個の個体で一番良い解は全体の順位 j となる確率が式 3.5 のように示している。式 3.5 を利用し、絶対順位 j がそれぞれ 1, 2, 3、…k となる確率が算出できる。したがって、相対順位 i の絶対順位 j が全体 k 位以内の確率が式 3.6 を示す。

$$\overline{P}_r(i, j \le k) = \sum_{j=1}^{k} \frac{C_{n-j}^{r-1}}{C_n^r} \tag{3.6}$$

また、本節では、部材数 16 本の二次元トラスを用いて、体積が制約条件とし、剛性の最大化を目的関数とする。同じ計算コストで、ランダム選択法及びその確率に基づいて GA の性能を評価する。



a. 体積が 6 以内の確率　*b.* 体積が 7 以内の確率

図 2　GA とランダム選択法の比較

図 2 から、GA が必ずしも最適解を得る保証がないが、高い順位の解を得る確率が相対的に高いことがわかった。ところが、最適解ではなく、優良解を得る確率がランダム選択法のほうが優れている。

4. 結論

本論文では、樹木の生長戦略からヒントを受け、プレストレスを導入されるトラスの形態また剛性と体積が関係を検証した。

また、遺伝的アルゴリズムは本論で利用される最適化の手法として、確率論の順序統計量の式を引用し、その性能評価も行なった。結論としては以下となる。

・トラスのトポロジー最適化では、引張り材がもっと効率が高い材料に転換する有効性を検証した。引張り材が多いほど、総体積が減少できる。軽く強い構造が実現することができる。

・プレストレスモードより、さらに引張り材の割合が増加できることを確認した。プレストレスの十分に大きければ、トラスの軸力分布は荷重や支持条件を無視できる。

・GA はランダム選択法より、最適化を探索性能が高いが、優良解の探索性能がランダム選択法のほうか高い。

これから、以下の課題を展開しようと考える。

・GA だけではなく、SA、PSO など、他のヒューリスティック手法も最適化アルゴリズムとしてシミュレーションを行なう。

・ランダム選択について、総数が違うグランドストラクチャのトラスの優良解を得る確率を検証する。

注記）

1）大森博司、鬼頭伸彰：遺伝的アルゴリズムを用いたトラス構造物の形態創生、日本建築学会構造系論文集、No. 520、pp. 85−92、1999. 6

2）大崎純：遺伝的アルゴリズムに基づく不連続コスト関数を有する構造物の最適設計法、日本建築学会構造系論文集、No. 464、pp. 119−127、1994. 10

3）山川誠、大崎純：順序統計量を用いて地震動特性のパラメータ変動を考慮したロバスト最適設計、構造工学論文集、Vol. 62B、pp. 381−386、2016

4）玉置光司：秘書問題の最近の展開、数理解析研究所講究録、.1263、.131-150、2002

参考文献）

日本建築学会編：構造形態創生の理論と応用，応用力学シリーズ 8，2001.

玉置光司：基本確率、経済の情報と数理 2、牧野書店、1992

Jingyao Zhang, Makoto Ohsaki: Tensegrity Structures, form ,stability, and symmetry.

本論文／本作品に関する業績

周越、張景耀：順序統計量に基づいた遺伝的アルゴリズムの性能評価、2019 年度建築大会、2019.09、口頭発表

、 ： - ，

コロキウム構造形態と創生、2019. 11、口頭発表