平成 27 年度修士学位論文内容要旨

展開構造の形態創生のための平坦折に関する研究

An research of Flat-folding for Form-finding of Deployable structure

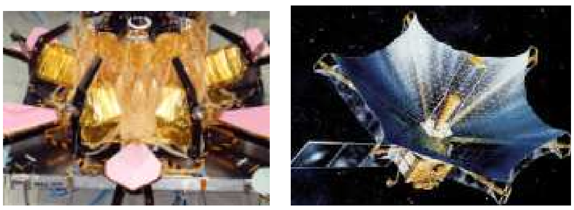
145714　田口英和

（主指導教員 張景耀 准教授，副指導教員 青木孝義 教授，影山正幸 准教授）

1 ．研究背景と目的

展開構造とは、材料の質量を変化させずに、形状変化により収納状態と展開状態のサイズが大きく変化できる構造物である。展開構造は主に剛な部材で構成され、収納または展開プロセスにおいて構造内部のひずみエネルギーが変化しないため、必要とする外部エネルギー源が最小となる利点が大きい。展開構造は、収納時にそのサイズが最小となり、運搬および保存に優れている構造形式である。展開構造は、地上からの運搬が困難かつ外力がない宇宙空間において、大きな効力を発揮できるため、大きな発展を遂げてきた。例えば図 1 では、トラス構造による展開構造が、衛星のソーラーパネルに採用された例[1]を示している。非起動時は図 1(a)のように収納し、起動時は図 1(b)のように展開した状態で機能する。

建築分野においても、小規模構造物として展開構造の利用例が増えている。例えば図 2では、イギリスのロンドンにあるスタジオMakeが設計した展開構造[2]を示している。この例では、閉店時は図 2(a)のように展開途中状態となり、開店時は図 2(b)のように収納途中状態となる。



(a) 非起動時（収納状態）　(b) 起動時（展開状態）

図 1 宇宙空間における展開構造物の例(電波天文衛星はるか)

(a) 閉店時（展開途中状態）　(b) 開店時（収納途中状態）

図 2 建築物における展開構造の例

(Fantastic Aluminum Origami Kiosks Pop Up in London,UK)

面材料を用いた展開構造には構成部材の他に組み立ての工程を必要としないといった特徴がある。面材料を用いた展開構造物は、剛な平板の間のヒンジによる有限メカニズムを生成するpanel-hinge framework[2]となり、折り紙の理論が適用可能である。折り紙でいう折り方によっては、従来よりも効率的な展開構造物を生成できる。

建築分野における展開構造に必要とされる性能として、次の3つが挙げられる。

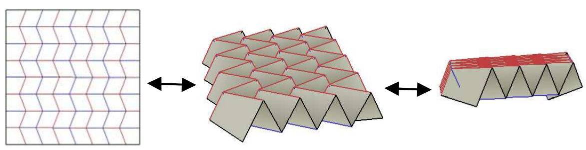
①運搬の容易さや非使用時の収納性のため、折り畳み時の容積が可能な限り小さい。

②使用時の収容性のため、展開時の容積が大きい。

③収納・展開の操作の容易性や安定性のため、単純な機構。

本研究では①の折り畳み時の容積が小さいという性能要求に答えるため、平坦折[4]に着目する。

折り紙の平坦折問題とは、平面状な紙に複数の折り目が存在し、指定された折りパターンに従って、紙を平坦（平面状）に折り畳むことができるかどうか、また、平坦折可能な折りパターンが存在するかどうかという問題である。ここで、折りパターンとは山折りと谷折りの組み合わせを指し、折りパターンに対応した折り畳み順序の組み合わせを折り(畳み)方と呼ぶ。平坦折可能な折り紙の例として、図 3(a)に示すような折り目をもつ折り紙は、(b)のようなプロセスを経て、(c)のようになり、厚みを無視した場合には、平坦な構造物に折り畳むことができる。(a)は生産時、(b)は使用時、(c)は収納時の状態に相当するため、平坦折可能な構造のコストパフォーマンスが極めて高い。尚、この図の作成には舘知宏のソフトウェア[5]を使用した。



(a) 展開時　(b) 折り畳み（展開）途中　(c) 折り畳み時

図 3 平坦折可能な折り紙

Panel-hinge 展開構造は、複数頂点を有する折り紙とみなすことができ、単頂点を有する折り紙の集合として考えることができる。複数頂点の構造が平坦折可能となるためには、各頂点の構造が平坦折可能でなければならない。従って、本研究では単頂点の折り紙を対象とし、その平坦折可能となる折り畳み方を全列挙することを目的としている。この成果は、複数頂点を有するpanel-hinge 展開構造の形態創生に拡張できると考えられる。本研究で扱う「単頂点折り紙」とは、図 4 (b)にあるように図 4(a)の複数頂点折り紙の最小単位であり、一つの頂点とそれに隣接する折り目および面の総称である。

従来方法では、単頂点平坦折の折り畳み方を探索するために、平坦折の必要条件を適用したうえ、試行錯誤の方法が用いられている。本研究では、折り畳む際に折り目の衝突条件を利用し、分枝限定法を用いて、システム的かつ効率的に単頂点平坦折の折りパターンを列挙できる方法を提案する。

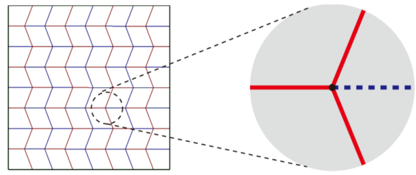
2 ．平坦折の必要条件と判定方法

この節では、本研究における規則と用語とともに、平坦折の必要条件の概要を説明する。紙の厚みを無視した状態での平坦折が可能でなければ、実際の構造物において平坦折が不可能であるため、紙の物理的厚みを無視する。

「折り目」は線分で表し、展開図上では、任意の折り目から i 番目の面を e_i と表記する。このとき、折り目の線分の太さは0とする。隣接する2 本の折り目と頂点が構成する扇形を「面」と呼び、展開図上では、任意の面から i 番目の面を f_i と表記する。面は変形を許容せず、折り目を回転軸として回転することができる。頂点は折り目が交差する点である。単頂点折り紙は図 4(b)に示すような頂点を中心とした円形の折り紙として考えることができ、単頂点折り紙において外周部の形状は平坦折に影響しない。

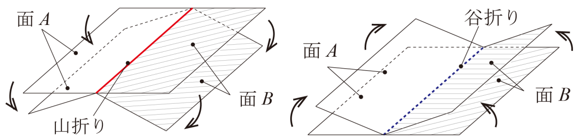
折り目は、図 5に示すように、平面状では稜線がつきでるように折る「山折り」と、へこむように折る「谷折り」のどちらかに折ることができる。本研究では山折りを直線、谷折りを鎖線で表す。折り紙が「平坦折」の状態である、とは紙が隙間なく層状に並んでいる状態を指すものとする。

平坦折可能な単頂点折り紙に関して、既に下記の3つの必要条件が誘導されている。ただし、1つの頂点にぶつかる折り目の数を n とし、2 本の折り目と頂点がなす角度をそれぞれ任意の面から反時計回りに $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_{n-1}, \theta_n$ とする。また、山折りの数を M、谷折りの数を V とする。



(a) 複数頂点折り紙　　(b) 単頂点折り紙

図 4 複数頂点折り紙と単頂点折り紙



(a) 山折り　　(b) 谷折り

図 5 山折りと谷折り

[川崎定理]

単頂点折り紙において、面の角度の交代和は180°にならなければならない。すなわち、以下の式を満たす必要がある。

$$\begin{aligned}\theta_1+\theta_3+\theta_5+...+\theta_{n-3}+\theta_{n-1}&=\sum_{i=1}^{n/2}\theta_{2i-1}=180^\circ\\ \theta_2+\theta_4+\theta_6+...+\theta_{n-2}+\theta_n&=\sum_{i=1}^{n/2}\theta_{2i}=180^\circ\end{aligned} \tag{1}$$

[前川定理]

山折りと谷折りの数に関して、以下の式を満たす必要がある。また、このときnは偶数である。

$$M=V+2 \quad \text{または} \quad V=M+2 \tag{2}$$

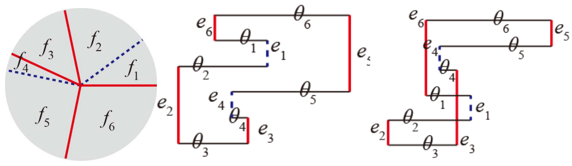
[局所最小定理]

面 f_i の角度 θ_i が、以下の式を満たすとき、その面を局所最小面と呼び、θ_i を構成する折り目は[山, 山]又は[谷, 谷]の組合せ以外でなければならない。

$$\theta_i<\theta_{i+1} \quad \text{かつ} \quad \theta_i<\theta_{i-1} \quad , \quad i=1,2,\cdots,n,1,2,\cdots \tag{3}$$

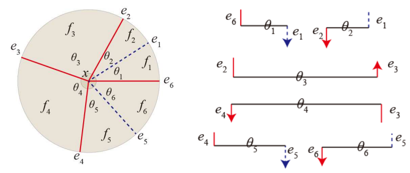
式(1)~(3)が平坦折の必要条件であるため、それらを満たさない折りパターンは平坦折不可能であるが、3つの必要条件を同時に満足しても、平坦折不可能な折りパターンが存在する可能性がある。そのため、列挙された折りパターンが実際に平坦折可能かどうかを検証する必要がある。また、1つの折りパターンに対応する折り畳み方が複数存在し、平坦折可能な折りパターンであっても、折り畳み方によっては平坦に折り畳めない場合がある。例えば、図 6(a)には平坦折可能な折りパターンを示しているが、図 6(c)のような折り畳み方では平坦に折り畳むことができない。そのため、平坦折可能な折りパターンが得られたとしても、それに対してさらに折り畳み方の検証を考慮する必要がある。

平坦折の可否を検証する際、図7(a)の面 f_1~f_n とその両側の折り目 e_1~e_n を組み合わせて、図7(b)のように表した図形を利用できる。面と折り目を組み合わせた図形を*subface*[6)]と呼ぶ。f_iの長さは角度の大きさ θ_i に比例し、i が奇数のとき右方向に、i が偶数のとき左方向に進み、山折りのとき反時計回り、谷折りのとき時計回りに進むように描く。平坦折の様子は図8(a)に示す折り畳んだ状態を矢印側から覗き込み、図8(b)のような図形で表すことができる。この図形は、f_1 の左端から右方向に描きはじめ e_n の終点が f_1 の左端に到達するように描く。平坦折可能な折りパターンであれば、図9(a)に示すように面と折り目が交叉しない図形を描くことが可能であり、平坦折不可能であれば、図9(b)に示すように面と折り目が交叉しない図形を描くことが不可能である。このとき、見かけ上、各面の間には隙間があるが、折り目の線の太さと面の厚みを無視すれば、全ての面は隙間なく重なっている。



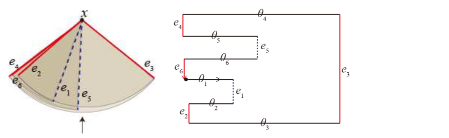
(a) 平坦折可能　(b) 折り畳み方1　(c) 折り畳み方2

図6 折り畳み順の検証



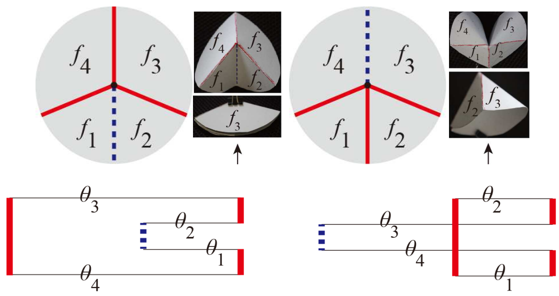
(a) 単頂点折り紙　(b) 面と折り目の線分表示

図7 面と折り目を線分として表した図



(a) 平坦折　(b) 平坦折を矢印側から覗き込んだ図

図8 平坦折の様子の図形表示



(a) 平坦折可能　(b) 平坦折不可能

図9 平坦折可否の判断図

3　分枝限定法による平坦折の折り畳み方の列挙

分枝限定法とは、分枝操作と刈込と呼ばれる限定法によって、求めるべき解の条件に適した解を列挙する手法であり、離散変数の最適化問題に多用される手法である。平坦折の折り畳み方を、漏れなく効率良く検証することが可能である。

［分枝限定法による列挙アルゴリズム］

Step 1. 平坦折の必要条件を満たす折りパターンの作成

3つの必要条件を同時に満たす折りパターンを列挙する。ここで、2節で述べたプロセスを経て、各折りパターンに対応する*subface*を作成する。

Step 2. *subface*の連結

Step 1で作成した*subface*をf_1から順番に連結する。新規の*subface*であるf_iを連結するとき、既存のf_1～f_{i-1}の間のどこに新規のf_iを作成するかという分枝が現れる可能性がある。分枝が現れない場合 Step 2を繰り返す。分枝が現れた場合、Step 3に進む。

Step 3. 分枝操作

Step 2で現れたそれぞれの分枝に対応する*subface*を作成し、連結する。

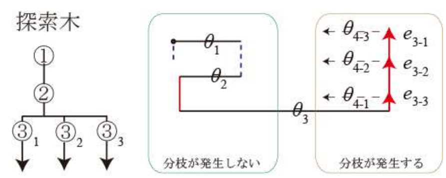


図10 Step 2～3. 分枝操作

Step 4. *subface*の交叉判定

Step 3で作成したそれぞれの*subface*に関して、既存の全ての*subface*に対して交叉判定を行う。面と折り目が交叉しているとき、平坦折不可能である。

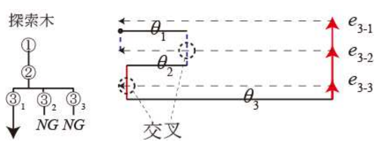
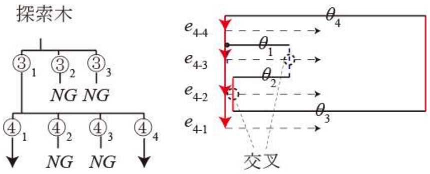


図11 Step 4. Subfaceの交叉判定

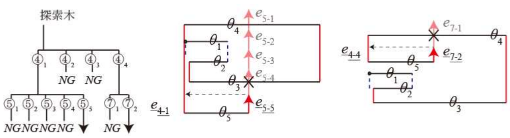
Step 5. 分枝探索

Step 4で交叉した分枝はそれ以降の探索を停止(刈込)し、交叉しなかった分枝はStep 2に戻り探索を継続する。これ以上探索可能な分枝がない場合、交叉しなかった折り畳み方を出力し、アルゴリズムを終了する。

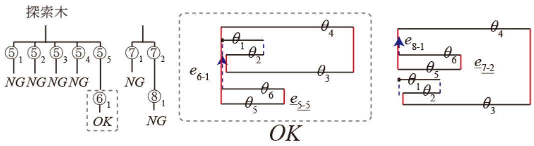
上記のアルゴリズムにより、全ての必要条件を満足する折りパターンを決めたうえ、平坦折可能な折り畳み方を全列挙することができる。



(a) 分枝探索



(b) 交差判定



(c) 折り畳み方の決定

図 12　Step 5. 分枝探索

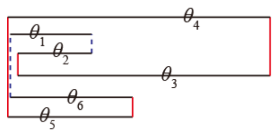
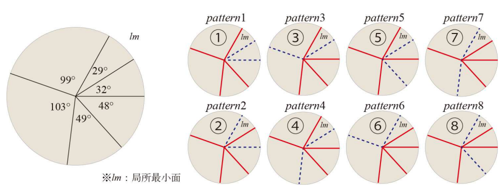


図 13　Step5. 折り畳み方の出力



(a) 単頂点折り紙　(b) 必要条件を満たす折りパターン

図 14　例題(折り目の数：6 本)

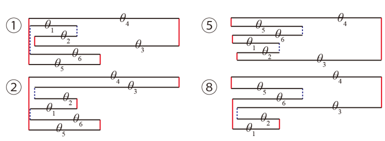


図 15　分枝限定法により得られた折り畳み方

4　例題

分枝限定法により図14(a)の折り紙に対して、平坦折できる折り畳み方を全列挙する。

図 14(a)の折り紙は6つの折り目をもつ。3つの必要条件を満足する折りパターンは、図 14(b)に示す8 通りがある。

本研究で提案した分枝限定法に基づいた列挙法を適用すると、平坦折可能な折り畳み方は図 15に示す4 通りがある。

5　まとめ

展開構造は、収納時の体積が最小となり、運搬しやすいため、主に宇宙構造として利用されている。最近では、持ち運びしやすく収納・展開が容易であるため、イベント用の小規模構造物や、災害直後の初期仮設施設などの利用を想定し、建築分野においても有効利用が期待される構造である。

本研究では、剛なpanelとhingeで構成される展開構造に着目し、その最小単位である単頂点構造を研究対象とした。製造を容易にし収納時の体積を最小化させるために、平坦折可能な折り畳み方を全列挙する新たな方法を提案した。

今後の課題としては、複数頂点構造への拡張における、異なる頂点間や外周部の形状の干渉を考慮した平坦折の列挙、などがある。建築物における展開構造に応用する際は、各頂点における折り目の数が多い必要はない。また、各頂点の折り目は、一般的な折り紙のように複雑な折り目ではなく、単純なパターンとなることが想定される。例えば、各頂点間の距離が同じになるような展開構造は、折り目の長さと面外周部による干渉の影響を軽減できる。

参考文献

1)　宇宙航空研究開発機構ホームページ: http://www.jaxa.jp/
2)　http://inhabitat.com/fantastic-aluminum-origami-kiosks-pop-up-in-london/
3)　Naoki Katoh and Shin-ichi Tanigawa, A proof of the molecular conjecture, Discrete & Computational Geometry, 45: 647-700, 2011
4)　Erik D. Demaine & Joseph O'Rourke, 上原隆平(翻訳), 幾何学的な折りアルゴリズム　リンケージ・折り紙・多面体, 近代科学社, 2009
5)　舘知宏, "Freeform Origami", www.tsg.ne.jp/TT/software/
6)　三谷純, 図学と折り紙(2), 図学研究, Vol.46, No.3, pp.11-15, 2012