平成24年度卒業研究概要

Isogeometric Analysis に基づいたケーブル構造の構造解析に関する研究

都市環境デザイン学科　095531　原田桂吾

指導教員　　張景耀

1. 研究背景

現在, CAD で生成したデータに対し解析を行う場合，FEA での入力形式に変換する必要がある．これをメッシュ生成という．メッシュ生成は今でも完全に自動化されておらず，膨大な労力を伴う．これは CAD と FEA とで形状表現に用いる関数が異なることが原因である．CAD と FEA で同じ形状表現を用いる手法として, 2003 年にテキサス大学教授 T.J.R. Hughes らによって Isogeometric Analysis[1]が提案された．この手法により，境界節点での関数の微分可能状態を保ったまま解析を行うことが可能となり,特に曲面構造物においては，解析に要する時間を大幅に軽減するだけでなく，解の精度や収束性の改善も期待されている．

また，曲面構造物の代表例であるシェル構造に関しては多くの研究が行われ，建築物への適用事例も多いが，ケーブルの適用例は欧米に比べると非常に少ない．ケーブル・膜構造小委員会では「ケーブル構造設計指針・同解説」の改定作業を進めており,構造解析におけるケーブル材のゆるみやモデル化が課題のひとつとして上がっている[2].

以上を背景に，曲面構造物としてケーブル構造を採用し, 有限要素法と Isogeometric Analysis 両手法において構造解析を行い，Isogeometric Analysis の解析精度と収束性を検証することを本研究の目的とする．

2. NURBS

NURBS（Non-Uniform Rational B-Spline : 非一様有理 B-スプライン）は近年，ほとんどの CAD／CAM システムで使用されており，従来の Bezier や B-Spline などの区分的多項式曲線・曲面をより一般化したものである．NURBS 曲線は制御点に重みを導入し，その重みを変更することで曲線の形状を変化させることができる．図 1 に制御点の重みによる曲線の形状の違いを示す.

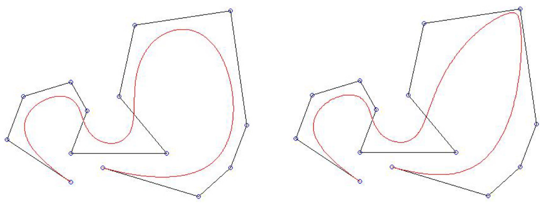
また NURBS の表現式を以下に示す．ただし，n は制御点の個数， p は NURBS 曲線の次数， B_i は制御点座標を表す．また ξ_i はノットと呼ばれる定数であり，ノットを一様増加順に並べたものをノットベクトルという.

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^{n} R_i^p(\xi)\, B_i \tag{1}$$

$$R_i^p(\xi) = \frac{N_{i,p}(\xi)\,\omega_i}{W(\xi)} = \frac{N_{i,p}(\xi)\,\omega_i}{\sum_{\hat{i}=1}^{n} N_{\hat{i},p}(\xi)\,\omega_{\hat{i}}} \tag{2}$$

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & if\ \xi_i \le \xi < \xi_{i+1} \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \tag{3}$$



（a）weight 10 = 1　　（b）wight10 = 10

図 1　重みの違いによる NURBS 曲線形状の違い

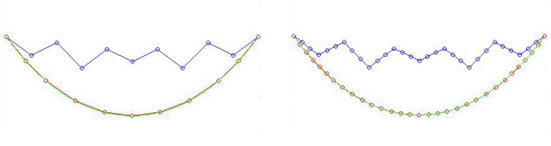
3. 評価方法

解析結果に対し, 平均二乗誤差による比較を行った. 以下に平均二乗誤差の評価式および結果を以下に示

す．なお，評価点は4800点とする．

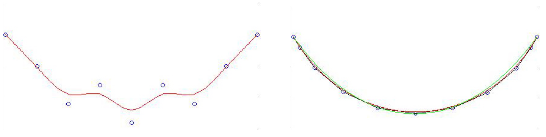
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - X)^2} \tag{4}$$

ヤング係数Eは210［GPa］，断面積Aは0.0001［㎡］とする．サグの小さいものから大きいものまで三種類の系を対象とした．初期形状を青色，収束形状を赤色，収束状態の内部張力に伴う厳密解を緑色にて図示する（対象３）．



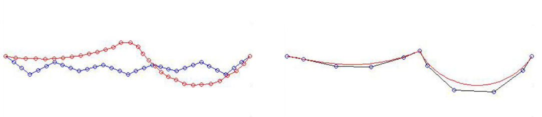
(a)　２節点要素　　　(b)　４節点要素

図２　アイソパラメトリック要素による近似



(a) 初期形状　　　(b) 収束形状

図３　NURBS 曲線１本による近似



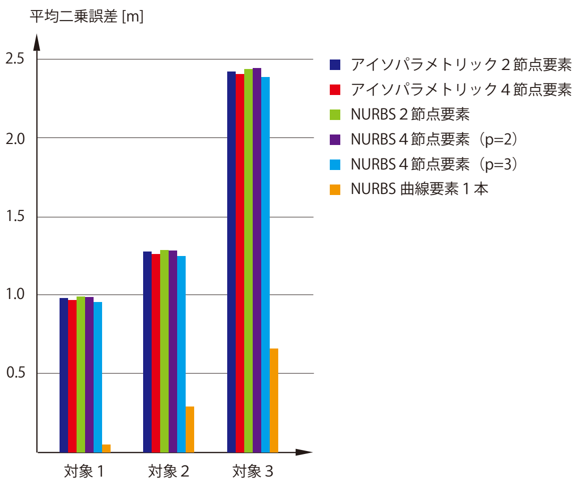
(a) アイソパラメトリック要素 (b) NURBS 要素

図４　集中荷重を架けたときの収束形状

4. 解析結果

自己釣合解析の結果を表１にまとめる．アイソパラメトリック要素を用いて１本のケーブルを 12 要素に分割した場合，その形状関数をNURBS曲線に変更した場合，そしてNURBS曲線１本による場合の近似を行った．NURBS曲線１本による近似解は，アイソパラメトリック要素による結果に比べて解析精度，解の収束性ともに良好な結果が得られた．また今回の解析では，アイソパラメトリック要素の場合の剛性行列のサイズが［144×144］であるのに対し，NURBS曲線１本の場合の剛性行列のサイズは［33×33］であるため，一回の計算コスト自体も小さくなり，かつ計算回数自体も少なくなるということがいえる．また集中荷重を架けた場合，アイソパラメトリック要素よりも載荷点のy座標が僅かに低くなった．厳密解が存在しないため，どちらの結果が正しいかは判断できないが，著しい誤差は見られなかった．

表１　平均二乗誤差の比較



5. 結論

Isogeometric Analysis に基づいた柔ケーブル材の自己釣合解析および集中荷重を架けたときの収束形状解析を行った．自己釣合解析においては厳密解との誤差は従来の FEA よりも小さくなり，自己釣合解析と集中荷重を架けたときの形状解析の双方において，計算回数の減少による解の収束性の改善が検証された．

6. 参考文献

1）垣田仁，藤井大地：アイソジオメトリック有限要素法の基礎的研究，2010.02

2）ケーブル・膜構造小委員会：日本におけるケーブル構造の現状と課題，丸善，2012.12

3）J.Austin Cottrell, Thomas J.R Hughes, Yuri Bazilervs：Isogeometric Analysis：Toward Integration of CAD and FEA，Wiley，2009.09