

## アーチ状張弦梁の形状解析および初期張力による剛性への影響

建築都市デザイン学科 2280060069-7 吉村 健史  
(指導教員 張 景耀)

### 1. はじめに

ケーブル構造は、スポーツ施設・集会場・多目的ホールなどの大空間構造を形作る重要な構造要素として、広範囲に建築物に用いられるようになってきている。また、交差するケーブル群が曲面を形成するケーブルネット構造、梁やアーチとケーブルとのハイブリット構造、テンセグリティなどといった様々なケーブル構造が発展してきており、これらの構造はいずれも、高強度でフレキシビリティに富むケーブル構造の良さを利用し、そして、張力が導入されたケーブルの剛性を期待して成立している。

しかし、極めて剛性が高い構造要素で成り立つ、在来の構造システムに比して、ケーブル材料については設計資料が十分ではなく、張力の大きさが剛性に影響を及ぼすような構造については、その挙動が在来構造とは異なるということもあり、この種の構造の普及が妨げられている現状がある。

本論では、アーチ状張弦梁 (ASS) をモデルとして、初期張力による ASS の釣合形状の定式化を図り、また、初期張力が ASS の剛性に与える影響を検討することを目的としている。

### 2. 概要

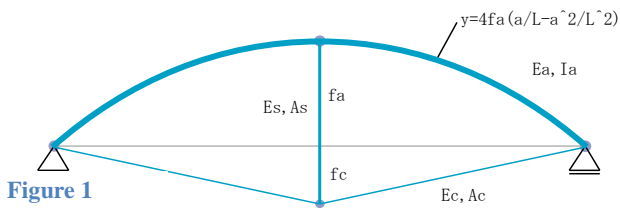


Figure 1

#### 2. 1 設定条件

ASSの全長	L
各部材のヤング係数	Ea, Es, Ec
各部材の断面積	As, Ac
アーチの断面二次モーメント	Ia

	初期値	張力導入時	等分布荷重
アーチのライズ	fa	fa1	fa2
ケーブルのサグ	fc	fc1	fc2
束材の軸力		N1	N2
ケーブルの張力		T1	T2
アーチのたわみ		V(x)	V1
束材の下端の変位			V2
ケーブルと水平面のなす角		β	γ

本論では部材は弾性体であり、また、水平方向の変位は考慮しないと仮定する。

#### 2. 2 式の導出

以下に計算手順を記述していく。

[1] 初期張力導入時のアーチの曲げモーメント式と単位仮想荷重のモーメント式を求め、仮想仕事法でたわみ式を導出する。

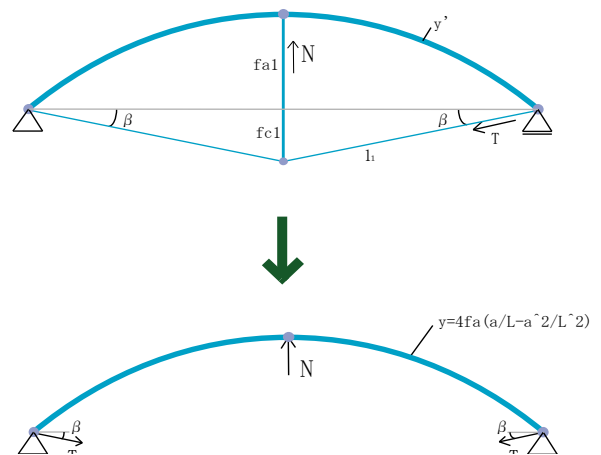


Figure 2

- ①  $M_1(x) = T_1 \sin \beta x + T_1 \cos \beta 4 f_a \left( \frac{x}{L} - \frac{x^2}{L^2} \right)$
- ②  $M_2(x) = T_1 \sin \beta (L - x) + T_1 \cos \beta 4 f_a \left( \frac{(L-x)}{L} - \frac{(L-x)^2}{L^2} \right)$   
[① : (0 ≤ x ≤ L/2) ② : (L/2 ≤ x ≤ L)]
- ③  $\bar{M}_1 = \frac{(L-x)x}{L}$

$$\textcircled{4} \quad \bar{M}_2 = \frac{\alpha}{L} (L - x)$$

$$\textcircled{5} \quad V(x) = \int_0^\alpha \frac{M_1 \bar{M}_1}{E_a I_a} dx + \int_\alpha^{\frac{L}{2}} \frac{M_1 \bar{M}_2}{E_a I_a} dx + \int_{\frac{L}{2}}^L \frac{M_2 \bar{M}_2}{E_a I_a} dx$$

$$= \frac{T_1 \alpha (8 f_a (L^3 - 2 L \alpha^2 + \alpha^3) \cos \beta + L^2 (3 L^2 - 4 \alpha^2) \sin \beta)}{24 E_a I_a L^2}$$

[2] 初期張力により変形した形状のアーチに等分布荷重をかけ、アーチの中心でのたわみを求める。

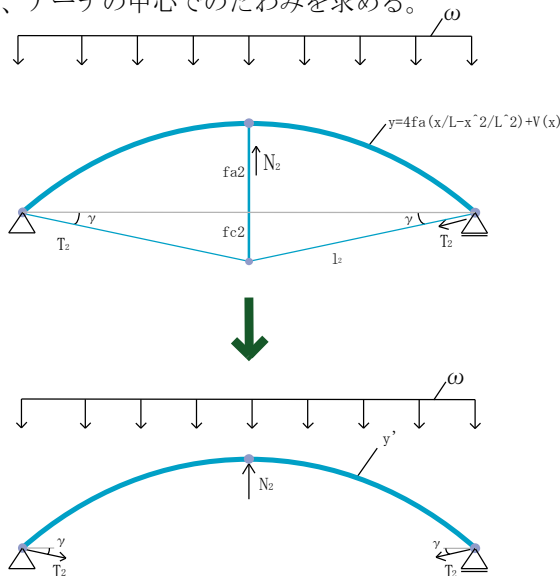


Figure 3

$$\textcircled{6} \quad M(x) = T_2 \cos \gamma F(x) + T_2 \sin \gamma x + \frac{w x^2}{2} - \frac{w L x}{2}$$

$$\textcircled{7} \quad \bar{M}(x) = \frac{x}{2}$$

$$\textcircled{8} \quad V_2 = \frac{2}{E_a I_a} \int_0^{\frac{L}{2}} M(x) \bar{M}(x) dx =$$

$$\frac{1}{5760 E_a^2 I_a^2} L^2 \left( T_2 \cos \gamma (600 f_a E_a I_a + 61 f_a L^2 T \cos \beta + 24 L^3 T \sin \beta) + 15 E_a I_a L (-5 L w + 16 T_2 \sin \gamma) \right)$$

また、形状の変化より、

$$V_{1x} = V_2 + (f_{a1} + L \tan \beta / 2) * (2 * T_2 * \sin \gamma - N) / (E_s A_s)$$

( $V_{1x}$  : アーチの変位量)

$$dl_2 = L / 2 * (1 / \cos \gamma - 1 / \cos \beta)$$

$$V_2 = L / 2 * (T \tan \gamma - T \tan \beta)$$

$$T_2 = T + dl_2 * E_c A_c / L * 2 * \cos \beta$$

がそれぞれ得られる。

これらの式は有限要素法による解析の結果と比較し確認した。

### 3. 初期張力が剛性に与える影響の検証

As	2971mm <sup>2</sup>	L	50000mm
Ac	303mm <sup>2</sup>	fa'	10000mm
Ea,Es,Ec	205000N/mm <sup>2</sup>	ω	20N/mm
Ia	1.15e+09mm <sup>4</sup>		

上記の数値を、モデルに与え、ケーブルのひずみが0.001%~0.003%の範囲の初期張力 T、すなわち  $6200 \leq T \leq 18400$  の区間を 100 ごとに、 $30 \leq \beta \leq 45$  の区間を  $1^\circ$  ごとに、それぞれ変化させた時の剛性  $\omega / V_1$  をプロットしていき、ASS がどのような挙動を示すか確かめる。

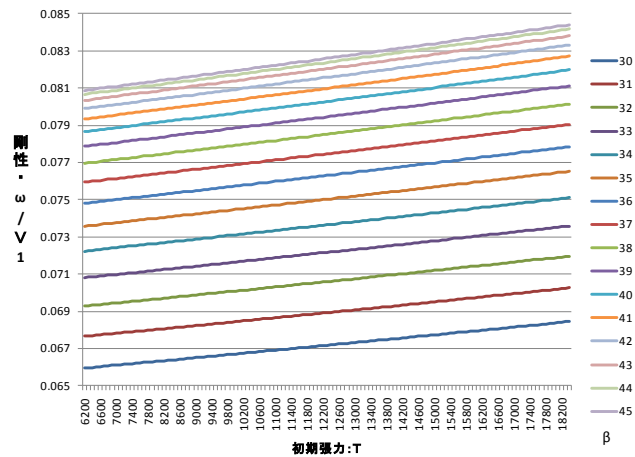


Figure 4

Figure 4 は横軸に初期張力、縦軸に剛性をとり、角度  $\beta$  ごとの値をプロットしたものである。

この結果から、初期張力が大きくなるにつれ、また  $\beta$  が大きくなるにつれて、剛性が高まっていることが分かる。

### 4. まとめ

初期張力導入・増加、導入角度の増加に従い、ASS の剛性を増すことができ、初期張力導入後からのアーチのたわみ量は抑制することができる。

しかし、初期張力の導入に伴い、束材やケーブル材の軸力は増すこととなるので、設計においては、これらの負担を考慮していく必要がある。

### 参考文献

- 1) Zhao Jida and Zeng Yiheng : Study and structural analysis of the arch string structure, Proc. IASS-APCS, May, 2009, Nagoya, Japan.
- 2) ケーブル構造設計指針・同解説