

## Chapter 5

### 静定梁と静定ラーメン構造の断面力計算

**Abstract** トラス構造に軸力しか存在しないのとは異なって、梁とラーメン構造には軸力だけでなく、せん断力と曲げモーメントも存在する。この章では、静定の梁およびラーメン構造の断面力を求める方法について説明する。

#### 5.1 静定・不静定の判断

前章で説明した Maxwell's ルールは、ピン接合であるトラス構造の静定性・安定性判断に適用するが、剛接合の梁やラーメン構造にはそのまま使えない。剛接合をピン接合に変換すると、梁とラーメン構造をトラスモデルに変換できるので、Maxwell's ルールも使えるようになる。

剛接合をピン接合に変換するとは、回転剛性を解放することを意味する。要するに、元々一本の部材（梁か柱か）で部材内部の剛体変位（回転）が生じないが、ピン接合に変換することによって剛体変位（回転）ができるようになる。しかし、解放された回転剛性（曲げモーメント）も未知数としてカウントしないとできない。回転剛性が解放された箇所数を  $q$  とすれば、梁やラーメン構造より変換されたトラスモデルに対して、下記の Maxwell's 条件式がある。

ラーメン構造のための Maxwell's 条件式：

$$m - n \times d + p + q \begin{cases} > 0: \text{不静定かつ安定} \\ = 0: \text{静定かつ安定} \\ < 0: \text{不安定} \end{cases} \quad (5.1)$$

ここで、 $m$  はピン接合による接続されている部材の数、 $n$  は（変換された後の）ピン節点の数、 $d$  は次元、 $p$  は変換された後のトラス構造の反力の数、 $q$  は剛接合をピン接合に変換した数である。

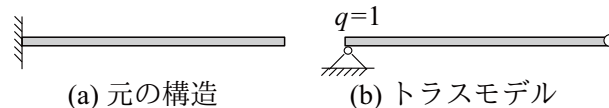


図 5.1 片持梁の静定・安定

例 5.1. 図 5.1(a) の片持梁、図 5.2(a) のゲルバー梁、図 5.3(a) の単純梁に対して、その静定性と安定性を判断してください。

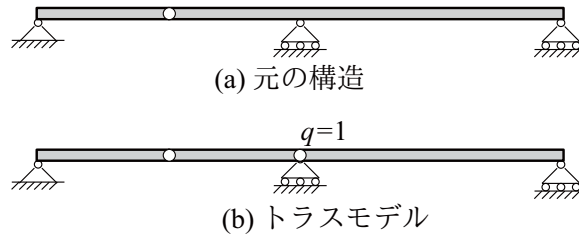


図 5.2 ゲルバー梁の静定性・安定性

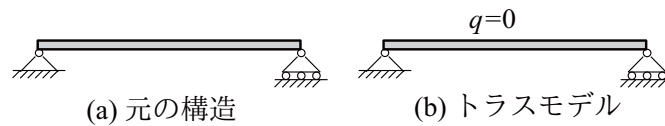


図 5.3 単純梁の静定性と安定性

図 5.1(a) の片持梁に対して、左側の固定支点の回転剛性を解放すると、図 5.1(b) に示すようなトラスモデルとなる。この場合に、一つだけの回転剛性を解放したので、 $q=1$  となる。また、トラスモデルには、部材が一本 ( $m=1$ )、節点が二つ ( $n=2$ )、反力が左側のピン支点のみで二つ ( $p=2$ ) がある。したがって、式 (5.1) のラーメン構造の Maxwell's 条件式に代入すると

$$\begin{aligned} m - n \times d + p + q &= 1 - 2 \times 2 + 2 + 1 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

となるので、片持梁は静定かつ安定である。

図 5.2(a) のゲルバー梁を図 5.2(b) のトラスモデルの変換する。ここで、真ん中のローラー支点上の部分の回転剛性が解放されたため、 $q=1$  である。また、トラスモデルには、部材が三本 ( $m=3$ )、節点が四つ ( $n=4$ )、反力が合わせて四つ ( $p=4$ ) がある。したがって、式 (5.1) のラーメン構造の Maxwell's 条件式に代入すると

$$\begin{aligned} m - n \times d + p + q &= 3 - 4 \times 2 + 4 + 1 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

となるので、ゲルバー梁は静定かつ安定である。

図 5.3(a) の単純梁と図 5.3(b) のトラスモデルは同じであるため、 $q=0$  である。また、トラスモデルには、部材が一本 ( $m=1$ )、節点が二つ ( $n=2$ )、反力が合わせて三つ ( $p=3$ ) がある。したがって、式 (5.1) のラーメン構造の Maxwell's 条件式に代入すると

$$\begin{aligned} m - n \times d + p + q &= 1 - 2 \times 2 + 3 + 0 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

となるので、単純梁は静定かつ安定である。

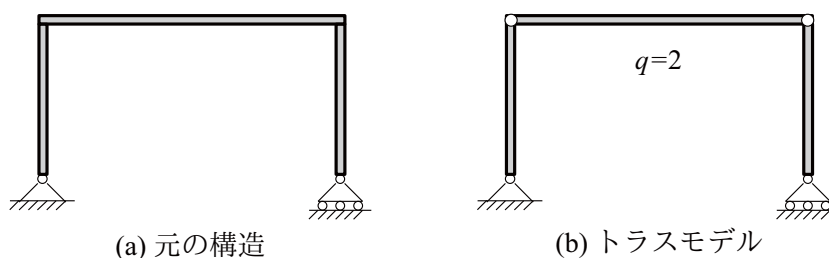


図 5.4 ラーメン構造の静定性と安定性

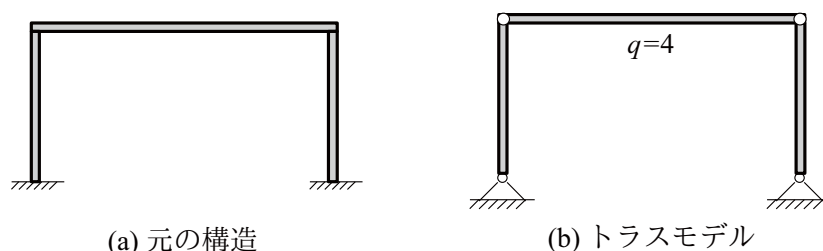


図 5.5 ラーメン構造の静定・安定

例 5.2. 図 5.4(a) および図 5.5(a) に示すラーメン構造の静定・安定の性質を判断してください。

図 5.4(a) のラーメン構造を図 5.4(b) のトラスモデルに変換したところ、二つの剛接合をピン接合に変換したので、 $q=2$  である。また、トラスモデルには、部材が三本 ( $m=3$ )、節点が四つ ( $n=4$ )、反力が合わせて三つ ( $p=3$ ) がある。したがって、式 (5.1) のラーメン構造の Maxwell's 条件式に代入すると

$$m - n \times d + p + q = 3 - 4 \times 2 + 3 + 2 = 0 \quad (5.5)$$

となるので、このラーメン構造は静定かつ安定である。

図 5.5(a) のラーメン構造を図 5.5(b) のトラスモデルに変換したところ、二つの剛接合をピン接合に、しかも二つの固定支点をピン支点に変換したので、 $q=4$  である。また、トラスモデルには、部材が三本 ( $m=3$ )、節点が四つ ( $n=4$ )、反力が合わせて四つ ( $p=4$ ) がある。したがって、式 (5.1) のラーメン構造の Maxwell's 条件式に代入すると

$$m - n \times d + p + q = 3 - 4 \times 2 + 4 + 4 = 3 \quad (5.6)$$

となるので、このラーメン構造は 3 次不静定であり、安定である。したがって、力およびモーメントの釣合い方程式のみではこのラーメン構造のすべての反力および断面力を求めることができない。

## 5.2 静定梁

静定梁の断面力を求めるには、普通支点反力を先に求める必要がある。場合によっては、支点反力を求めなくても、次の片持梁のように断面力を直接求められることもある。

解き方としては、梁の適当なところを（仮想的に）切断し、切断面に生じる断面力を釣合い方程式によって求める。しかし、集中力がかかっているところの両側は同じ式で断面力を表現できないため、別々に計算しないとできない。また、トラス構造の場合に、同一部材内部の断面力（軸力）はどこでも同じであるが、梁やラーメン構造の場合には、場所によって断面力（軸力、せん断力、曲げモーメント）が異なるため、なんらかの式で表現することが一般的である。

静定梁の計算手順：

1. 梁の静定性を判断する。
2. 反力を求める。（場合によって省略できる）
3. 集中力を境に計算区間を分ける。

4. 各計算区間において、部材を仮想的に切断し、切断面に断面力の正方向を描く。
5. 切断された部分を対象とし、力およびモーメント釣合い条件により、切断面における断面力を求める。
6. それぞれ N 図, Q 図, M 図において、軸力、せん断力および曲げモーメントの梁全体の分布図を描く。

### 5.2.1 片持梁

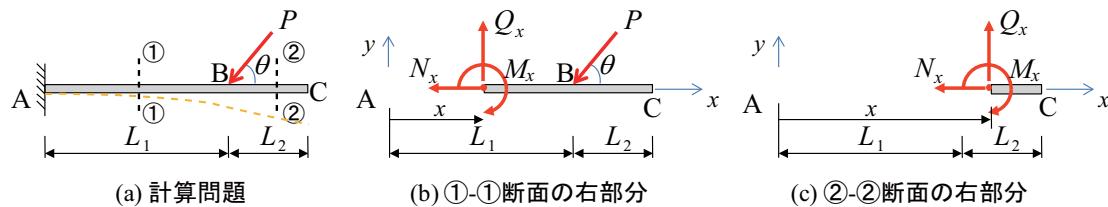


図 5.6 片持梁断面力の計算モデル

例 5.3. 図5.6に示す片持梁の断面力を求めてください。

#### 静定性判定

例 5.3にあったように、片持梁が静定構造である。したがって、力とモーメントの釣合い方程式のみによって反力と断面力を一意に求めることができる。

#### 断面力計算

図5.6の片持梁の B 点に（斜めの）集中力がかかっているため、この梁の計算区間は B 点を境にして AB 間, BC 間という二つの区間に分けられる。適当なところに①-①断面、②-②断面でそれぞれ AB 間と BC 間の部材を仮想的に切断し、断面力の正方向は5.6(b), (c)のように描ける。ここで、切断面の右側を考慮したほうが、反力が入っていないため、反力を先に求めなくても断面力を求めることができる。ようするに、計算手順のステップ 2 が省略できる。

$$\begin{aligned}
 \text{AB 間 (①-①断面):} & \quad \begin{cases} \sum X = -N_x - P \cos \theta = 0 & \implies \underline{N_x} = -P \cos \theta \\ \sum Y = Q_x - P \sin \theta = 0 & \implies \underline{Q_x} = P \sin \theta \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x + P \sin \theta (L_1 - x) = 0 & \implies \underline{M_x} = -P \sin \theta (L_1 - x) \end{cases} \\
 \text{BC 間 (②-②断面):} & \quad \begin{cases} \sum X = -N_x = 0 & \implies \underline{N_x} = 0 \\ \sum Y = Q_x = 0 & \implies \underline{Q_x} = 0 \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x = 0 & \implies \underline{M_x} = 0 \end{cases} \quad (5.7)
 \end{aligned}$$

ここで、 $M_x$  を時計回りを正方向（図5.6(c)によると下側は引張側となる）として計算しているので、計算結果は負となるというのは、実際に生じるこの計算空間における曲げモーメントが反時計まわりとなり、梁の上側は引張側となることを意味する。

断面力は、左端 A 点 ( $x=0$ )、B 点 ( $x=L_1$ )、右端 C 点 ( $x=L_1+L_2$ ) といった代表点における値を下の表でまとめる。

断面力	左端 A 点( $x=0$ )	B 点( $x=L_1$ )	右端 C 点( $x=L_1+L_2$ )
軸力( $N$ )	$-P \cos \theta$	$-P \cos \theta$ (左)、 $0$ (右)	$0$
せん断力( $Q$ )	$P \sin \theta$	$P \sin \theta$	$0$
曲げモーメント( $M$ )	$-PL_1 \sin \theta$	$0$	$0$

(5.8)

■ また、その分布図でまとめると、図5.7で描く。

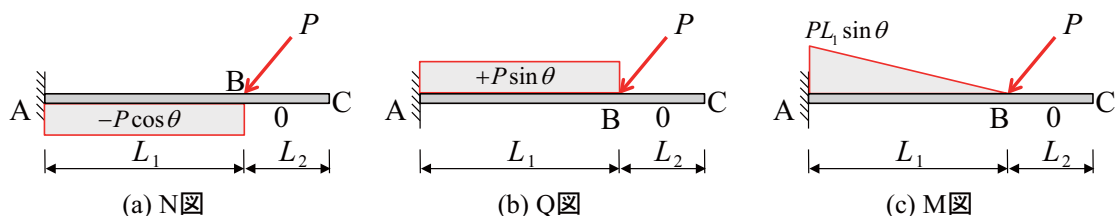


図 5.7 片持梁断面力の分布図

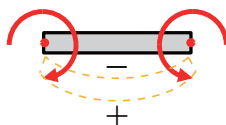


図 5.8 曲げモーメントによる変形

断面力の分布図を描くときに、軸力とせん断力には正方向が決められているため、符号を明記すれば、その分布図は梁の上側か下側かどっちに描いても構わない。しかし、曲げモーメントは引張側に描かないとできない。曲げモーメントによる部材の変形図は図5.8で表す。

曲げモーメントは引張側に描く理由としては、構造設計において、引張応力と圧縮応力が生じるところの設計基準が異なる。特に、鉄筋コンクリート構造 (RC: Reinforced Concrete) の場合に、コンクリートの引張強度はその圧縮強度の十分の一しかないため、コンクリートに引張応力が生じると、すぐにひび割れができてしまう。そのため、鉄筋コンクリートには、一体化されている鉄筋の引張強さを活かして、引張応力を鉄筋に負担させる仕組みとなっている。たとえば、図5.9は、異なる荷点および配筋量により、鉄筋コンクリート単純梁のひび割れへの影響を調べるため、構造試験を行った後の写真である。それに関する解説は、単純梁の断面力計算の後に譲る。

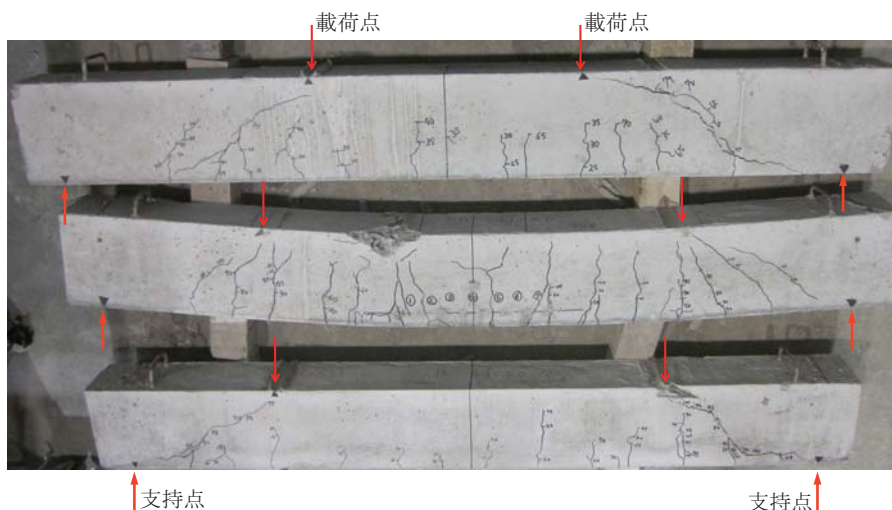


図 5.9 異なる荷点および配筋量より曲げモーメントを受ける鉄筋コンクリート単純梁のひび割れへの影響

## 5.2.2 単純梁

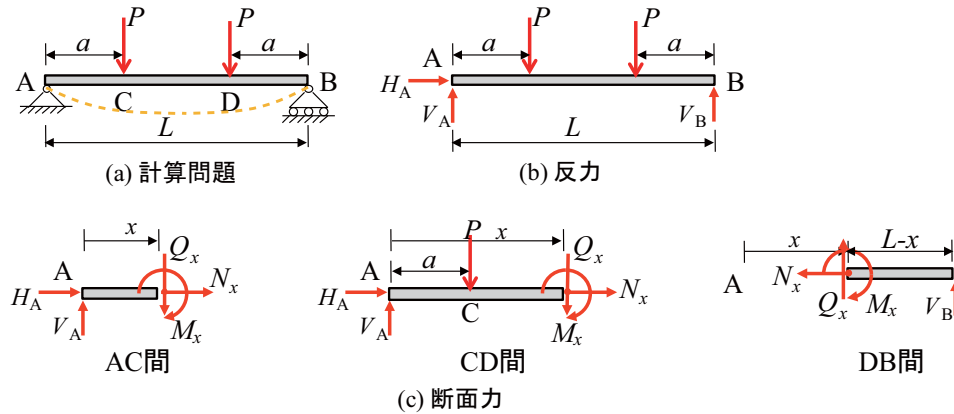


図 5.10 単純梁断面力の計算モデル

例 5.4. 図5.10に示す単純梁の断面力を求めてください。

## 静定性判定

例 5.3にあったように、単純梁が静定構造である。したがって、力とモーメントの釣合い方程式のみによって反力と断面力を一意に求めることができる。

## 反力計算

とりあえず分布荷重を集中荷重に変換し、図5.10(b)の計算モデルによって、支点反力を求める。

$$\begin{aligned} \sum X = H_A = 0 & \implies H_A = 0 \\ \sum M_{A \text{点まわり}} = Pa + P(L-a) - V_B L = 0 & \implies V_B = P \quad (\uparrow) \\ \sum Y = V_A + V_B - P - P = 0 & \implies V_A = 2P - V_B = P \quad (\uparrow) \end{aligned} \quad (5.9)$$

## 断面力計算

梁に二つの集中荷重がかかっているため、図 5.10(c) に示すように AC 間、CD 間、DB 間 3つの計算空間に分けられる。したがって、断面力を求めるために、各計算空間において梁を適当なところで仮想的に切断し、各断面力の正方向は図5.10(c)のように描ける。ここで、 $x$ とは原点 A からの距離である。

各計算空間において、釣合い方程式により断面力を求めると、以下のような計算となる。ただし、DB 間の計算に対しては、切断面の右側を対象としている。

$$\begin{aligned} \text{AC 間}(0 \leq x \leq a) & \begin{cases} \sum X = N_x + H_A = 0 \implies N_x = -H_A = 0 \\ \sum Y = V_A - Q_x = 0 \implies Q_x = V_A = P \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = V_A x + M_x = 0 \implies M_x = -V_A x = -Px \end{cases} \\ \text{CD 間}(a < x \leq L-a) & \begin{cases} \sum X = H_A + N_x = 0 \implies N_x = -H_A = 0 \\ \sum Y = -Q_x + V_A - P = 0 \implies Q_x = V_A - P = 0 \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x + V_A x - P(x-a) = 0 \implies M_x = P(x-a) - V_A x = -Pa \end{cases} \\ \text{DB 間}(L-a < x \leq L) & \begin{cases} \sum X = -N_x = 0 \implies N_x = 0 \\ \sum Y = Q_x + V_B = 0 \implies Q_x = -V_B = -P \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x - V_B(L-x) = 0 \implies M_x = V_B(L-x) = P(L-x) \end{cases} \end{aligned} \quad (5.10)$$

断面力は、左端 ( $x=0$ )、中央点 ( $x=L/2$ )、右端 ( $x=L$ ) といった代表点においての値は

断面力	左端 A 点( $x=0$ )	中央点( $x=L/2$ )	右端 B 点( $x=L$ )
軸力( $N$ )	0	0	0
せん断力( $Q$ )	$P$	0	$-P$
曲げモーメント( $M$ )	0	$-Pa$	0

(5.11)

■ となり、その分布図は図5.11にまとめている。

例 5.4は図5.9に示す構造実験の計算問題である。図 5.11の断面力分布図と比較すると、以下のことが分かる。

- 集中荷重の間に、せん断力がゼロとなるが、曲げモーメントが一致となっている。したがって、RC 梁も載荷点の間に（下側に）材軸と直交する方向にひび割れが発生する。
- 載荷点と支持点の距離が短くなると、せん断力が変わらないが、最大の曲げモーメントが減少する。したがって、距離が短くなるとともに、載荷点の間に曲げひび割れよりも、支持点と載荷点の間に斜めのせん断ひび割れが発生し、最終的に曲げ破壊ではなく、せん断破壊となる。

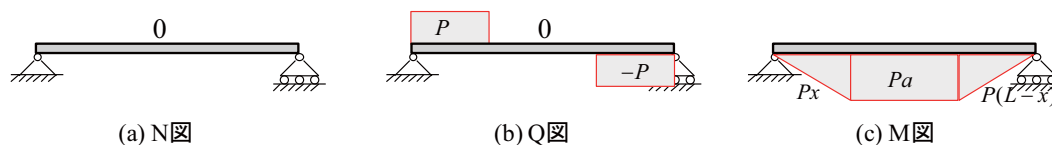


図 5.11 単純梁断面力の分布図

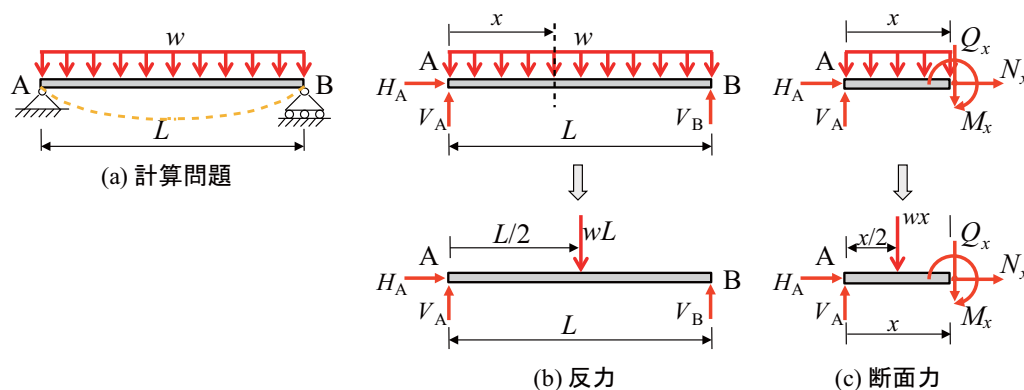


図 5.12 単純梁断面力の計算モデル

例 5.5. 図5.12に示す単純梁の断面力を求めてください。

#### 静定性判定

例 5.3にあったように、単純梁が静定構造である。したがって、力とモーメントの釣合い方程式のみによって反力と断面力を一意に求めることができる。

#### 反力計算

とりあえず分布荷重を集中荷重に変換し、図5.12(b)の計算モデルによって、支点反力を求める。

$$\begin{aligned} \sum X = H_A = 0 & \implies H_A = 0 \\ \sum M_{A \text{ 点まわり}} = (wL)\frac{L}{2} - V_B L = 0 & \implies V_B = \frac{wL}{2} \quad (\uparrow) \\ \sum Y = V_A + V_B - P = 0 & \implies V_A = P - V_B = \frac{wL}{2} \quad (\uparrow) \end{aligned} \quad (5.12)$$

#### 断面力計算

梁に集中荷重がかかっていないため、計算区間は一つしかない。したがって、断面力を求めるために、梁を適当なところで仮想的に切断し、各断面力の正方向は図5.12(c)のように描ける。ここで、切断面の左側を考え、A点をx軸の原点とする局所座標系を取る。

取りだした部分の分布荷重を集中荷重に変換し、釣合い方程式によって断面力を求めると、以下のような計算となる。

$$\begin{aligned}
 \sum X = N_x + H_A = 0 & \implies N_x = -H_A = 0 \\
 \sum Y = V_A - Q_x - wx = 0 & \implies Q_x = V_A - wx = \frac{w}{2}(L - 2x) \\
 \sum M_{\text{断面まわり}} = V_A x - (wx)\frac{x}{2} + M_x = 0 & \implies M_x = -V_A x + \frac{wx^2}{2} = \frac{-wLx + wx^2}{2}
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

ここで、 $M_x$  を時計回りを正 (図5.12(c) によると上側は引張側となる) として計算しているので、計算結果は負となるというのは、梁の下側は引張側となることを意味する。

断面力は、左端 ( $x=0$ )、中央点 ( $x=L/2$ )、右端 ( $x=L$ ) といった代表点においての値は

断面力	左端 A 点 ( $x=0$ )	中央点 ( $x=L/2$ )	右端 B 点 ( $x=L$ )
軸力 ( $N$ )	0	0	0
せん断力 ( $Q$ )	$\frac{wL}{2}$	0	$-\frac{wL}{2}$
曲げモーメント ( $M$ )	0	$-\frac{wL^2}{8}$	0

(5.14)

となり、その分布図は図5.13にまとめている。ここで注意してほしいのは、せん断力は  $x$  の一次関数で、曲げモーメントは  $x$  の二次関数である。

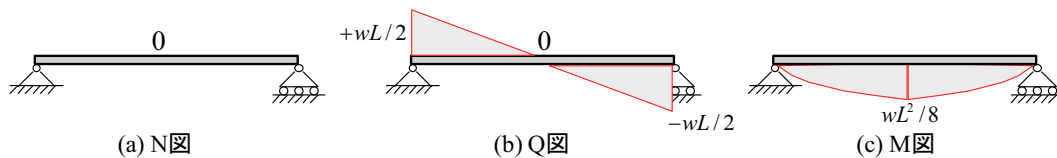


図 5.13 単純梁断面力の分布図

### 5.2.3 ゲルバー梁 (Gerber Beam)

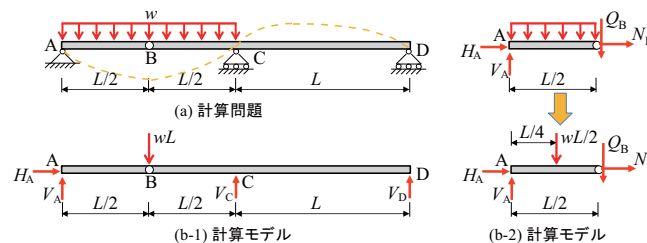


図 5.14 例題：ゲルバー梁の反力

例 5.6. 図5.14(a) のゲルバー梁の断面力を求めてください。

反力は四つがあるため、構造物全体の釣合い方程式だけでは解けない。ただし、3ヒンジラーメン構造と同じように、B 点のピン接合において曲げモーメントはゼロであることを利用すれば、もう一つの方程式が得られる。

反力計算：

図5.14(b-1) と (b-2) の計算モデルによって、釣合い方程式は以下のようにまとめられる。



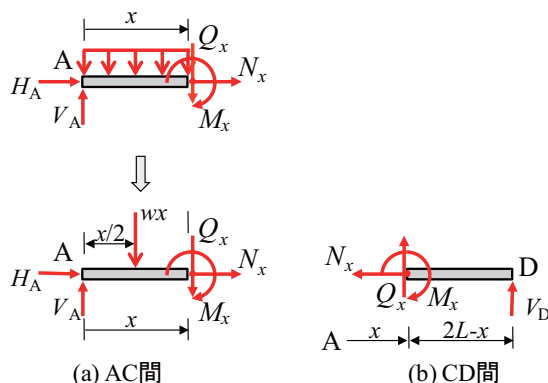


図 5.15 例題：ゲルバー梁の断面力

$$\begin{aligned}
 \sum X = H_A = 0 & \implies H_A = 0 \\
 (b-2) : \sum M_B \text{点まわり} = V_A(L/2) - (wL/2)(L/4) = 0 & \implies V_A = wL/4 (\uparrow) \\
 (b-1) : \sum M_D \text{点まわり} = V_A(2L) + V_C L - (wL)(3L/2) = 0 & \implies V_C = 3wL/2 - 2V_A = wL (\uparrow) \\
 \sum Y = V_A + V_C + V_D - wL = 0 & \implies V_D = wL - V_A - V_C = wL - wL/4 - wL = -wL/4 (\downarrow)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

断面力計算：

ゲルバー梁の断面力を求めるには、図5.15に示す AC 間と CD 間の計算モデルを考える。ここで、計算上便宜のため、AC 間は切断面の左部分、CD 間は切断面の右部分を対象とし、A 点を局所座標系の原点とする。

$$\begin{aligned}
 \text{AC 間}(0 \leq x \leq L) & \begin{cases} \sum X = N_x + H_A = 0 & \implies N_x = H_A = 0 \\ \sum Y = V_A - wx - Q_x = 0 & \implies Q_x = V_A - wx = \frac{wL}{4} - wx \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = V_A x - wx(x/2) + M_x = 0 & \implies M_x = -V_A x + wx^2/2 = -\frac{wLx}{4} + \frac{wx^2}{2} \end{cases} \\
 \text{CD 間}(L < x \leq 2L) & \begin{cases} \sum X = -N_x = 0 & \implies N_x = 0 \\ \sum Y = Q_x + V_D = 0 & \implies Q_x = -V_D = \frac{wL}{4} \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x - V_D(2L-x) = 0 & \implies M_x = V_D(2L-x) = -\frac{wL^2}{2} + \frac{wL}{4}x \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

AC 間において、曲げモーメントの極限（極小、極大）値はその一回微分（勾配、せん断力）がゼロになるところである。

$$\frac{dM_x}{dx} = -\frac{wL}{4} + wx = 0 \implies x = \frac{L}{4} \tag{5.17}$$

断面力は、A 点 ( $x=0$ )、極限值 ( $x=L/4$ )、B 点 ( $x=L/2$ )、C 点 ( $x=L$ )、D 点 ( $x=2L$ ) といった代表点においての値は

断面力	A 点( $x=0$ )	極限值( $x=L/4$ )	B 点( $x=L/2$ )
軸力( $N$ )	0	0	0
せん断力( $Q$ )	$\frac{wL}{4}$	0	$-\frac{wL}{4}$
曲げモーメント( $M$ )	0	$-\frac{wL^2}{32}$	0

断面力	C 点( $x=L$ )	D 点( $x=2L$ )
軸力( $N$ )	0	0
せん断力( $Q$ )	$-\frac{3wL}{4}$ (左)、 $\frac{wL}{4}$ (右)	$\frac{wL}{4}$
曲げモーメント( $M$ )	$\frac{wL^2}{4}$ (左)、 $-\frac{wL^2}{4}$ (右)	0

となり、その分布図は図5.16にまとめている。ここで、注意してほしいのは、AC 間のせん断力は  $x$  の一次関数で、その曲げモーメントは  $x$  に関する二次関数である。また、CD 間のせん

断力は定数で、その曲げモーメントは  $x$  に関する一次関数である。C 点において集中力（反力）がかかるので、C 点左右のせん断力が異なるが、その曲げモーメントが同じであることに注意してほしい。

図5.16(c)のM図によると、ピン支点のA点、D点、およびピン接合のB点においては、その曲げモーメントはゼロであることも確認できる。

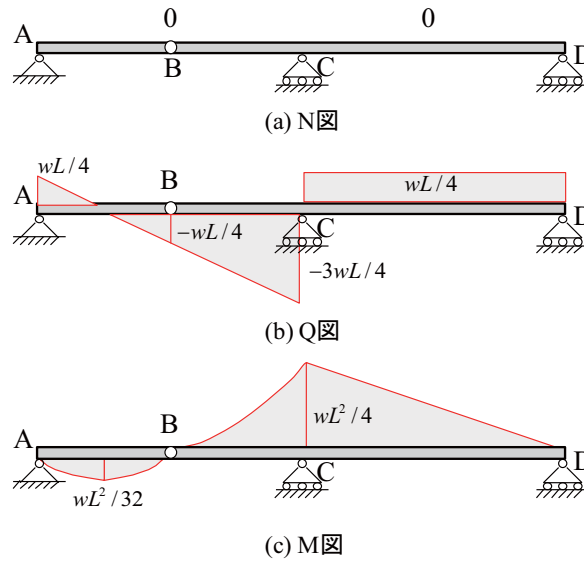


図 5.16 例題：ゲルバー梁の断面力分布図

### 5.3 M-Q 関係

この章の例題では、何回も出てきたが、曲げモーメントの次数はちょうどせん断力の次数より一次高い。これは偶然な関係ではなく、必然な関係であるため、この節でそれを証明する。

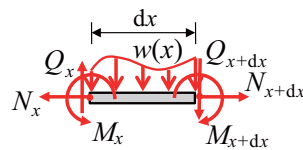


図 5.17 M-Q 関係：微小な断片

図5.17に示す無限小の長さ  $dx$  を有する梁断片を考える。垂直方向の力の釣合い方程式によって、

$$\begin{aligned} \sum Y &= Q_x - w(x)dx - Q_{x+dx} = 0 \\ \Rightarrow w(x) &= -\frac{Q_{x+dx} - Q_x}{dx} = -\frac{dQ}{dx} \end{aligned} \quad (5.19)$$

が分かる。ここで、長さは無限小であるため、分布荷重の変化を無視した。この式によつては、分布荷重はせん断力の一回微分である。したがって、等分布荷重（0次関数）の場合には、せん断力の分布は一次関数、等変分布荷重（一次関数）の場合には、せん断力の分布は二次関数とな

ることが分かる。もっと一般的にまとめると、分布荷重は  $n$  次関数の場合には、せん断力の分布は  $n+1$  次関数となる。

さらに、断片の右端まわりのモーメントの釣合い方程式によって、

$$M_{\text{右端まわり}} = -M_x + M_{x+dx} - w(x)dx^2/2 + Q_x dx = 0$$

$$\Rightarrow Q_x = -\frac{M_{x+dx} - M_x}{dx} + w(x)dx/2 = -\frac{dM}{dx} \tag{5.20}$$

が分かる。ここで、 $dx$  が無限小であるため、 $w(x)dx/2$  をゼロとして消えた。この式によつては、せん断力は曲げモーメントの一回微分である。したがって、せん断力はコンスタント（0次関数）の場合に、曲げモーメントの分布は一次関数、せん断力は一次関数の場合に、曲げモーメントの分布は二次関数となることが分かる。もっと一般的にまとめると、せん断力は  $n$  次関数の場合には、曲げモーメントの分布は  $n+1$  次関数となる。さらに、せん断力はゼロの場合には、曲げモーメントは極限（極小か極大）値をとる。

上記の二式によつては、分布荷重と曲げモーメントの関係

$$w(x) = \frac{d^2M}{dx^2} \tag{5.21}$$

が得られる。

この節の関係式は、得られた断面力の分布はあっているかに対して、簡単に検証できる。

まとめとして、分布荷重、せん断力および曲げモーメントの次数の間に以下の対応関係がある。

分布荷重、せん断力および曲げモーメントの関係：

分布荷重の次数	せん断力の次数	曲げモーメントの次数	荷重種類
-1	0	1	集中荷重
0	1	2	等分布荷重
1	2	3	等辺分布荷重
2	3	4	
$n$	$n+1$	$n+2$	

(5.22)

### 5.4 ラーメン構造の断面力分布

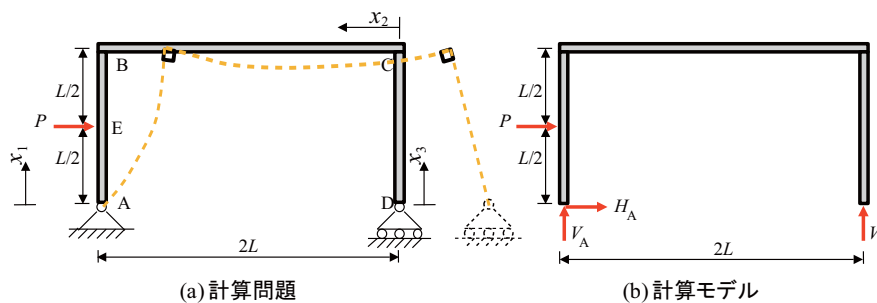


図 5.18 例題：静定ラーメン構造の反力計算モデル

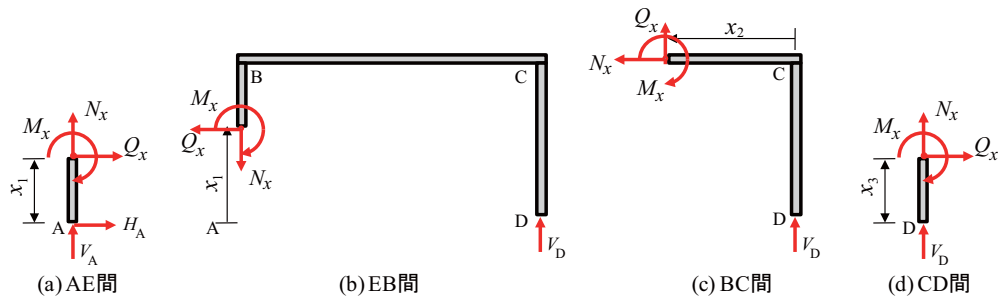


図 5.19 例題：静定ラーメン構造の断面力計算モデル

例 5.7. 図5.18(a) に示すようなラーメン構造の断面力を求めてください。

反力は図5.18(b) のモデルによって以下のように計算できる。

反力計算：

$$\begin{aligned} \sum X = H_A + P = 0 &\quad \Rightarrow H_A = -P (\leftarrow) \\ \sum M_{A \text{ 点まわり}} = P(L/2) - V_D(2L) = 0 &\quad \Rightarrow V_D = P/4 (\uparrow) \\ \sum Y = V_A + V_D = 0 &\quad \Rightarrow V_A = -V_D = -P/4 (\downarrow) \end{aligned} \quad (5.23)$$

部材 AB の間に、集中力がかかっているため、部材 AB を AE 間と EB 間に分けられる。それ以外の部材の中に集中力がないため、それぞれの計算区間は BC 間と CD とする。また、各計算区間における局所座標系の取り方は、図5.18(a) に示す。

静定ラーメン構造の断面力は、図5.19に示す各計算区間の計算モデルによって、以下のよう

に求められる。

断面力計算：

$$\begin{aligned} \text{AE 間}(0 \leq x_1 \leq L/2) &\left\{ \begin{aligned} \sum Y = N_x + V_A = 0 &\quad \Rightarrow \underline{N_x} = -V_A = P/4 \\ \sum X = Q_x + H_A = 0 &\quad \Rightarrow \underline{Q_x} = -H_A = P \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_{x_1} - H_A x_1 = 0 &\quad \Rightarrow \underline{M_x} = H_A x_1 = -P x_1 \end{aligned} \right. \\ \text{EB 間}(L/2 < x_1 \leq L) &\left\{ \begin{aligned} \sum Y = -N_x + V_D = 0 &\quad \Rightarrow \underline{N_x} = V_D = P/4 \\ \sum X = -Q_x = 0 &\quad \Rightarrow \underline{Q_x} = 0 \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x - V_D(2L) = 0 &\quad \Rightarrow \underline{M_x} = V_D(2L) = PL/2 \end{aligned} \right. \\ \text{BC 間}(0 \leq x_2 \leq 2L) &\left\{ \begin{aligned} \sum X = -N_x = 0 &\quad \Rightarrow \underline{N_x} = 0 \\ \sum Y = Q_x + V_D = 0 &\quad \Rightarrow \underline{Q_x} = -V_D = -P/4 \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x - V_D x_2 = 0 &\quad \Rightarrow \underline{M_x} = V_D x_2 = P x_2 / 4 \end{aligned} \right. \\ \text{CD 間}(0 \leq x_3 \leq L) &\left\{ \begin{aligned} \sum Y = N_x + V_D = 0 &\quad \Rightarrow \underline{N_x} = -V_D = -P/4 \\ \sum X = Q_x = 0 &\quad \Rightarrow \underline{Q_x} = 0 \\ \sum M_{\text{切断面まわり}} = M_x = 0 &\quad \Rightarrow \underline{M_x} = 0 \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (5.24)$$

断面力の分布は図5.20に示す。

## 5.5 計算結果の検算

梁とラーメン構造の反力および断面力計算にはそこそこの計算量があるので、途中の計算ミスも入ってしまう可能性がある。しかし、支点の種類や接合部の種類や M-Q 関係などすでに分かっていた力学的特性を利用すれば、そういう計算ミスを見抜きだすことができる。具体的には、断面力の分布図を用いて下記の三項目で確認する。

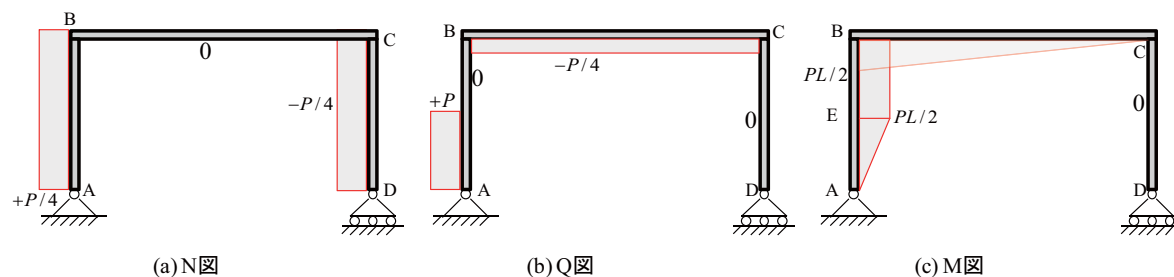


図 5.20 例題：静定ラーメン構造の断面力計算モデル

断面力計算結果検算の三項目：

- ピン支点またはピン接合部の曲げモーメントがゼロになっているか。
- 曲げモーメントの分布が連続しているか。
- 曲げモーメント分布図とせん断力分布図の間に式 (5.20) にまとめた M-Q 関係を満足しているか。

## 5.6 宿題

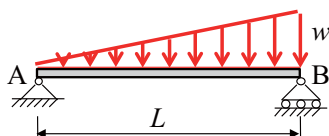


図 5.21 等変分布荷重が作用している単純梁

**Exercise 5.1.** 図 5.21 に示すような等変分布荷重が作用している単純梁に対して

1. 変形図を描いてください。
2. 静定性を特定してください。
3. 断面力分布を求めてください。
4. 断面力の分布図を描いてください。

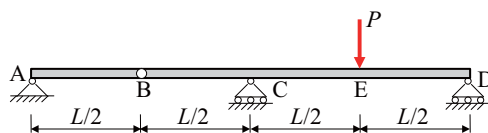


図 5.22 ゲルバー梁

**Exercise 5.2.** 図 5.22 に示すようなゲルバー梁に対して

1. 変形図を描いてください。

2. 静定性を特定してください。
3. 断面力分布を求めてください。
4. 断面力の分布図を描いてください。

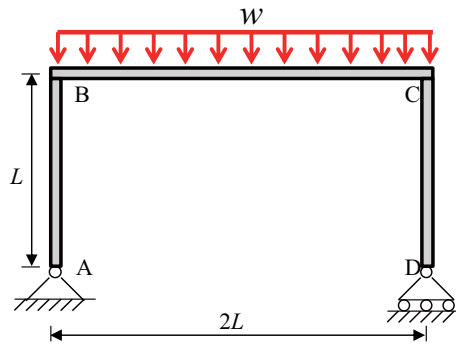


図 5.23 ラーメン構造

**Exercise 5.3.** 図 5.23 に示すようなラーメン構造に対して

1. 変形図を描いてください。
2. 静定性を特定してください。
3. 断面力分布を求めてください。
4. 断面力の分布図を描いてください。

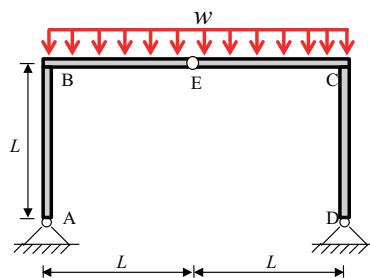


図 5.24 3ヒンジラーメン構造

**Exercise 5.4.** 図 5.24 に示すような 3 ヒンジラーメン構造に対して

1. 変形図を描いてください。
2. 静定性を特定してください。
3. 断面力分布を求めてください。
4. 断面力の分布図を描いてください。