Chapter 2
力の基本

Abstract この章には、力の三要素、力の分解・合成、力の釣合いについて説明する。

2.1 力の要素と力の表記

力というものは、人間の五感によって感じることはできない。しかし、リンゴは木から地面に落ちたり、風の日に木が揺れたりなど、人間の五感で感じられた物体状態の変化、例えば**変位** (Displacement) または**変形** (Deformation) [1] によって、力の存在および働きを推定できる。

2.1.1 力の三要素

力 (Force) を正確的に表すには、下記の三つの要素が必要である。

力の三要素
力を定義するには、力の**作用点**、力の**方向**、および力の**大きさ**という三要素が必要である。

具体的には、

- **力の作用点**：力は構造物のどこかに作用するかを表す。
  例えば、風荷重は構造物の外平面に作用するのに対して、自重は構造物の全体に作用する。
- **力の方向**：力はどの方向に作用するかを表す。
  例えば、風荷重は水平方向の（外）力として考えられる一方、自重はいつも地球中心に向いているため鉛直方向の（外）力としている。
- **力の大きさ**：力はどのぐらいの大きさで作用する。
  例えば、台風時と普通の日には、明らかに風による力の大きさは異なる。

2.1.2 力の表記

力を表すには、幾何表記[2]と代数表記という二つの表記方法がある。例えば、図 2.1の矢印は力を表している：原点 O（または矢印の先端）は力の作用点、矢印の方向は力の方向、矢印の長さは力の大きさを表す。

---
[1] 変位とは（点の）位置変化、変形とは物体の形状変化を表す。
[2] 示力図とも呼ばれる

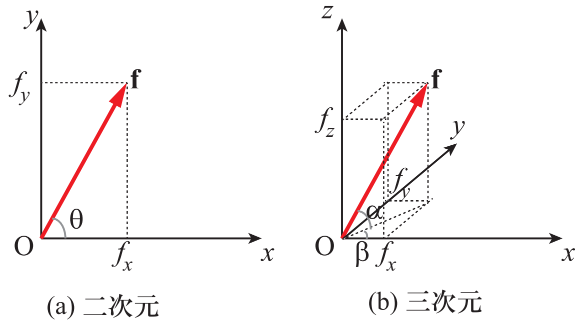

図 2.1 力の表記：幾何表記とベクトル表記

幾何表記の場合、力を直感的に理解しやすく、大昔から利用されていた。しかし、いまでは計算上ほとんど使わなくなったため、ここでは詳しく説明しないこととする。これ以降は、幾何表記は図形を用いた問題の定義のみに使用される。

問題を解くには、代数表記で説明するので代数表記（記号、数値またはベクトル）を理解してほしい。また、数値で力を表す場合に、正か負かの符号が付いているが、これは定められた座標系においての正方向か負方向かを意味する[3]。

幾何表記の矢印は、代数表記の**ベクトル**（Vector, 長さを持つ矢印）[4]で表現できる。f_x, f_y と f_z はそれぞれ x-, y-と z-方向において力の大きさを表す。例えば、図 2.1 のような力をベクトルとして以下のように表すことができる。

$$\text{二次元：}\quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f\cdot\cos\theta \\ f\cdot\sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\text{三次元：}\quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f\cdot\cos\alpha\cos\beta \\ f\cdot\cos\alpha\sin\beta \\ f\cdot\sin\alpha \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

基本的には、x-, y-と z-軸の正方向を各分力の正方向とする。

力 $\mathbf{f}$ の大きさ（ベクトルの長さ）f は

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} \tag{2.2}$$

となる。

2.2 力の分解・合成

一つの（合）力をいくつかの（分）力に分解することを**力の分解**と呼ぶ。また、その逆プロセスとして、いくつかの（分）力を一つの（合）力に合併（合成）することを**力の合成**と呼ぶ。力の分解と合成は、次の節で説明する力およびモーメントの釣合い方程式を立てるには必要である。

この節で取り扱うケースは、分力は共通の作用点に作用していることを前提とする。分力は異なる点に作用する場合は、次節で説明するパリニオン定理が利用される。

[3] 断面力である軸力およびせん断力を表すには、その符号が特別な意味をもつ。

[4] 計算機は、行列やベクトルを取り扱うのに得意なので、数式をできるだけ行列式に整理したほうが計算機を活用しやすい。また、ボールド (bold) の記号は行列かベクトルを表す。普段、成分を縦方向に並べる**列ベクトル**を使う。

2.2.1 力の分解

力の分解というのは、一つの力を二つ以上の分力に分解することである。たとえば、式 (2.1) の三次元バージョンは、以下のように三つの分力に分解することができる。

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ f_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_z \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

これは、力（ベクトル）を式の右側にあるよう、三つの（直交座標系においての）各方向成分の和で分解できることを意味する。図 2.1はその幾何表現を示している。実は、上記のように三つの方向で分解する以外も、分力は三次元空間において**平行立方体**、二次元空間において**平行四辺形**のルールを満足すれば、無限の組み合わせで分解できる。例えば、

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_x \\ 0 \\ f_z \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

などのように、二つの力に分解することも可能である。

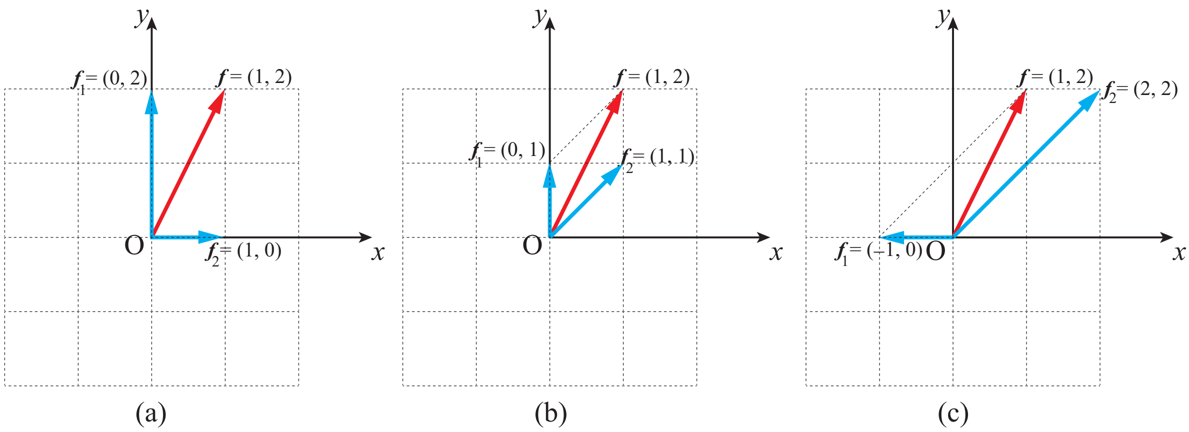

図 2.2 二次元空間において力の分解例2.1。

例 2.1. 図2.2にある力 $\mathbf{f}$ を二つの分力に分解する例を示してください。

図2.2の二次元空間においての力 $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ に対して、その分解を考えてみる。表示しやすいように、図では成分を横方向に並べる行ベクトル $\mathbf{f} = (1,2)$ で描いている。

図2.2(a) に示すように、力 $\mathbf{f}$ をそれぞれ直交座標系 x-方向および y-方向に分解すると、以下のようになる。

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 \tag{2.5}$$

または、図2.2(b)-(c) のように任意座標系に分解し、それに対応するベクトル形式の分解は以下のようになる。

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

以上のように、力（ベクトル）は分力により構成される平行四辺形の対角線にある。それ以外の分解は、無限の可能性がある。

実際の構造計算では、各方向の釣合い方程式を立てるには、直交座標系に分解することが多い。しかし、場合（特にトラス構造）によって計算上の便宜を図るため、ほかの座標系に分解することもあり得る。

2.2.2 力の合成

力の合成は、力の分解の逆過程であり、いくつかの力を一つの（合）力に変換することである。幾何表記の場合には、同じく三次元空間において平行立方体、二次元空間においては平行四辺形を用いて力を合成する。

代数表記の場合には、各力の座標系各方向においての n 個の分力 $f_{ix}, f_{iy}, f_{iz} (i = 1, 2, \ldots, n)$ とする。その各方向の総和を f_x, f_y, f_z とすると、合力 $\mathbf{f}$ を以下のように求めることができる。

$$
\begin{aligned}
\mathbf{f} &= \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \\
&= \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 + \ldots + \mathbf{f}_n = \begin{pmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{1z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_{2x} \\ f_{2y} \\ f_{2z} \end{pmatrix} + \ldots + \begin{pmatrix} f_{nx} \\ f_{ny} \\ f_{nz} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} f_{1x} + f_{2x} + \ldots + f_{nx} \\ f_{1y} + f_{2y} + \ldots + f_{ny} \\ f_{1z} + f_{2z} + \ldots + f_{nz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} f_{ix} \\ \sum_{i=1}^{n} f_{iy} \\ \sum_{i=1}^{n} f_{iz} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2.7}
$$

ここで、

$$
\begin{aligned}
f_x &= \sum_{i=1}^{n} f_{ix} \\
f_x &= \sum_{i=1}^{n} f_{ix} \\
f_x &= \sum_{i=1}^{n} f_{ix}
\end{aligned} \tag{2.8}
$$

また、その方向を各軸の正方向との角度として定義すると、以下のように計算できる。

$$
\begin{aligned}
\theta_x &= \arccos \frac{f_x}{f} \\
\theta_y &= \arccos \frac{f_y}{f} \\
\theta_z &= \arccos \frac{f_z}{f}
\end{aligned} \tag{2.9}
$$

例 2.2. 図2.2(a) に示す二つの力 $\mathbf{f}_1$ と $\mathbf{f}_2$ を一つの力 $\mathbf{f}$ に合成してください。

図2.2(a) に示す二つ $(n = 2)$ の分力 $\mathbf{f}_1$ と $\mathbf{f}_2$ の合成を考える。

$$
\mathbf{f}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.10}
$$

その合力は、以下のように求められる。

$$
\mathbf{f} = \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \end{pmatrix} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \tag{2.11}
$$

力 $\mathbf{f}$ の大きさは

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \tag{2.12}$$

であり、各軸の正方向との角度は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \theta_x &= \arccos \frac{f_x}{f} = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \theta_y &= \arccos \frac{f_y}{f} = \arccos \frac{2}{\sqrt{5}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

2.3 力の釣合い

ある物体に作用するすべての力 $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \ldots, \mathbf{f}_n$ を合力 $\mathbf{f}$ に合成すると、その運動はニュートンの運動方程式より記述できる：

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{f}_i = \mathbf{Ma} \tag{2.14}$$

ここで、$\mathbf{M}$ は質量行列 (Mass Matrix)、$\mathbf{a}$ は加速度ベクトル (Acceleration Vector) である。この運動方程式は、高校や中学校で習っていた

$$f = ma \tag{2.15}$$

の行列バージョンだと考えて良い。

合力は変わらない（constant）と仮定すれば、物体は常に一定の加速度 $\mathbf{a}$ のままで運動を続ける。加速度とは、速度の変化率であるため、時刻 t における物体の運動速度 $\mathbf{v}_t$ は

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t \tag{2.16}$$

となる。ここで、$\mathbf{v}_0$ は時刻 $t = 0$ における初期速度である。

さらに計算すると、時刻 t における物体の変位（移動した距離）$\mathbf{d}_t$ は、

$$\mathbf{d}_t = \frac{\mathbf{v}_t + \mathbf{v}_0}{2} t = \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{a}}{2} t^2 \tag{2.17}$$

となる。

任意の建物、例えばこの芸工の管理棟、を考えてみよう。管理棟は、地面に固定されている。数学的に表現すると、地面に対しては、管理棟の変位は任意時刻 t においてもゼロであり、すなわち、

$$\mathbf{d}_t = \mathbf{v}_0 t + \frac{\mathbf{a}}{2} t^2 = \mathbf{0} \tag{2.18}$$

が分かる。最初の時刻 $t = 0$ においては、構造物の地面に対する運動速度 $\mathbf{v}_0$ もゼロとなるので、結局、加速度は

$$\mathbf{a} = \mathbf{0} \tag{2.19}$$

でなければならない。これは、地面に固定されている建物は、いつでもその加速度がゼロとなることを意味する。また、建物の地面に対する相対速度（式 (2.16)）がゼロであるという条件からも同様の結論が得られる。

従って、構造物に作用している合力 $\mathbf{f}$ と加速度 $\mathbf{a}$ の関係式 (2.14) から、$\mathbf{f}$ は常にゼロとなることが分かる。これは、**力の釣合い** (Equilibrium of Forces) と呼ばれる。

力の釣合い条件

構造物に作用しているすべての力の総和はゼロとなることは、いつも成立する。すなわち、

$$\mathbf{f} = \mathbf{M}\mathbf{a} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0} \tag{2.20}$$

ここの「すべての力」というのは、後で出てくる外力、反力および断面力などいわいる構造物に作用している力を意味する。また、式 (2.20) の力の釣合い条件は、これ以降の外力を受けて、構造物の支持点に生じる反力、および内部に生じる断面力を計算する際に中心の役割を果たしている。

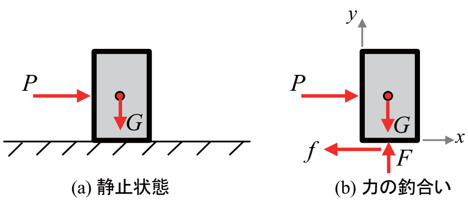

図 2.3 力の釣合いの例2.3

例 2.3. 図 2.3(a) の静止中の箱に対して、力の釣合いにより地面の摩擦力 f と地面の支持力 F を求めてください。

図 2.3(a) に示すように、ある長方形の箱が地面に置かれている。この箱には、水平方向の外力 P と鉛直方向の自重 G がかかっている。しかし、この箱は静止状態を保っている。すなわち、その速度も加速度もゼロである ($v = 0, a = 0$)。

箱は地面に置かれているため、地面と直交（鉛直方向）する地面からの支持力 F、および地面よりそれと並行（水平方向）するの摩擦力 f が存在する[5]。

物体にかかっているすべての力 (P, G, f, F) を図 2.3(b) に表す。力の釣合いより、x-と y-方向の合力 $\sum X$ と $\sum Y$ はそれぞれゼロとなるので、

$$\begin{aligned} \sum X &= P - f = 0, \\ \sum Y &= -G + F = 0 \end{aligned} \tag{2.21}$$

が得られる。したがって、各力の間に以下の関係式が明らかである。

$$\begin{aligned} f &= P \\ F &= G \end{aligned} \tag{2.22}$$

ここで、注意してほしいのは、あくまでも静止状態の箱を検討している。実際には、地面の支持力および箱と地面の間の摩擦係数で決められた摩擦力の限界値 f_{max} がある。水平力 P がこの限界値以下であれば、箱が静止状態を保たれる。P がこの限界値を超えると、加速運動が生じる。

2.4 モーメントおよびその釣合い

力は、ある物体を並進 (Translation) させるように働いているのに対して、モーメント (Moment) は、ある物体をある点（回転中心）まわり回転 (Rotation) させるように働いている。

[5] 摩擦力 f の最大値は、地面による支持力 F と摩擦係数 μ の積である。要するに、$f \leq F\mu$ が成り立つ。支持力 F の位置は、厳密には適切ではない。例 2.5を参考してください。

2.4.1 モーメント

モーメントの定義
モーメントは、力と回転中心から力までの垂直距離の積である。

普通の座標系においては、**時計回りを正**とし、反時計回りを負とする[6]。

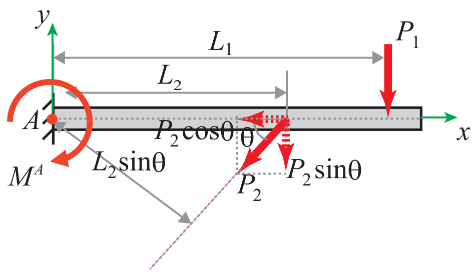

図 2.4 片持ち梁を用いたモーメントの計算例

例 2.4. 図2.4に示す片持ち梁において、外力 P_1 と P_2 による固定端 A 点まわりのモーメントを求めてください。

図2.4では、一端固定（並進も回転もできない）、一端は自由（並進も回転も可能）である片持ち梁 (Cantilever) を示している。この持ち梁を例として、モーメントの計算方法を説明する。
A 点と外力 P_1 の垂直距離は L_1 なので、A 点回りの外力 P_1 によるモーメントは

$$M_{A1} = P_1 L_1 \tag{2.23}$$

となる。
同様に、外力 P_2 による点 A まわりのモーメントは

$$\begin{aligned} M_{A2} &= P_2(L_2 \sin\theta) \\ &= (P_2\cos\theta)\cdot 0 + (P_2\sin\theta)\cdot L_2 \\ &= P_2 L_2 \sin\theta \end{aligned} \tag{2.24}$$

となる。ここで、点 A と外力 P_2 の距離 $L_2\sin\theta$ かける外力で計算するか、外力をそれぞれ水平方向と垂直方向に分解し、そのモーメントの総和として計算するという二通りの方法がある。どっちの方法を使っても、最終的に同じ結果が得られる。
したがって、外力 P_1 と P_2 による点 A まわりのモーメントは

$$\begin{aligned} M_A &= M_{A1} + M_{A2} \\ &= P_1 L_1 + P_2 L_2 \sin\theta \end{aligned} \tag{2.25}$$

となる。

2.4.2 モーメントの釣合い

ある（任意）点まわりのモーメントの総和は、

[6] この符号の定義は強制ではない。すなわち、反時計回りを正方向としても間違いではない。

$$M_{\text{ある点まわり}} = \sum_{i=1}^{n} M_i \tag{2.26}$$

と書ける。ニュートンの運動の第2法則を適用すれば、それに伴う（回転）運動方程式は

$$M_{\text{ある点まわり}} = I\ddot{\theta} \tag{2.27}$$

となる。ここで、I は慣性モーメント、$\ddot{\theta}$ は角加速度である。物体（建物）は、地面に対して運動が生じない限り、角加速度はゼロである。従って、モーメントの総和もゼロとなり、**モーメントの釣合い**が成り立つ。

モーメントの釣合い条件
建物に作用している任意点回りのモーメントの総和 M[7]はゼロとなる。

$$M_{\text{ある点まわり}} = 0 \tag{2.28}$$

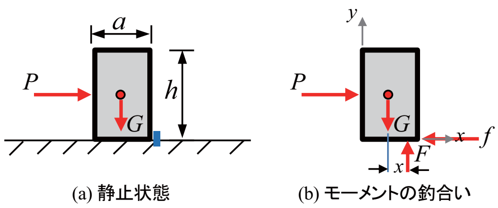

図 **2.5** モーメントの釣合いの例2.5

例 2.5. 図 2.5に示す物体が転倒しない条件を示してください。

図 2.5(a) に示すような外力 P をうける物体を考える。例 2.3と異なって、ここでは摩擦力を無視し、物体の右側にバリアとしてもう一つの子物体を置いている。

この物体が静止状態にあるため、力の釣合いは満足され、それにかかっているすべての力を図 2.5(b) に示す。ここで、f は小物体によるその運動を防ぐための反力、$x(0 \leq x \leq a/2)$ は地面による支持力が物体の中心からの距離である。例 2.3と同様に、力の釣合い方程式によっては、

$$\begin{aligned} f &= P \\ F &= G \end{aligned} \tag{2.29}$$

が分かる。

物体が静止状態にあるのは、回転がしないことも意味するため、モーメントの釣合いも成り立つ。したがって、例えば物体の中心まわりのモーメントの総和はゼロとなり、支持力 F の作用点が中心からの距離 x は以下のように計算できる。

$$\begin{aligned} &M = P \cdot 0 + G \cdot 0 - F \cdot x + f\frac{h}{2} = 0 \\ \Longrightarrow\ &x = \frac{fh}{2F} = \frac{Ph}{2G} (\leq \frac{a}{2}) \end{aligned} \tag{2.30}$$

上式より、支持力の作用点および外力の大きさに関しては、以下の結論がある。

[7] 二次元のケースしか考慮していないため、スカラーのモーメント記号 M を使っている。質量の記号と誤解しないように。

- 外力がないとき ($P = 0$)、支持力 F は物体の中心を通る ($x = 0$)。
- 支持力 F は物体の右端にあるとき ($x = a/2$)、外力が最大 P_{max} となる

$$P_{max} = \frac{Ga}{h}, \quad (x = \frac{a}{2}) \tag{2.31}$$

- 外力 P が P_{max} もより大きい場合、物体が転倒する。

2.4.3 パリニオンの定理

前節では、異なる分力は共通の（作用）点にかかっている場合に合力の計算方法を説明したが、現実的には、図2.4のように、異なる作用点にかかるケースが多い。これらの異なる作用点にかかる分力を一つの合力に合成するために、合力の大きさおよび方向は前節と同じように計算されるが、作用点を特定するには、パリニオンの定理が使われる。

バリニオンの定理 (Barinion's Theorem)
　任意の支点（回転中心）に対するすべての（分）力によるモーメントの総和は、それらの力の合力によるモーメントと一致する。

　要するに、力の合成前後のモーメントは変わらない。この定理を使うと、多数の（分）力の合力の位置を特定できる。

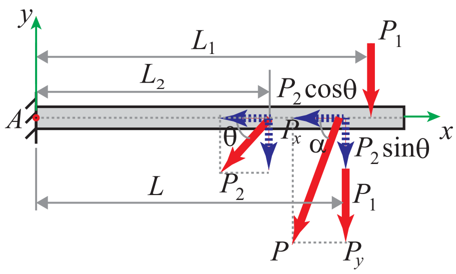

図 2.6 パリニオンの定理を用いた合力の計算例

例 2.6. パリニオンの定理により図2.6に示す片持ち梁に作用する合力を求めてください。

　図2.6にある外力 P_1 と P_2 の合力 P を求める際に、その大きさおよび方向（x-軸との角度）の具体的な計算はここで省略するが、以下のように計算できる。

$$P_x = P_{1x} + P_{2x} = (-P_1 \cos\frac{\pi}{2}) + (-P_2 \cos\theta) = -P_2 \cos\theta$$

$$P_y = P_{1y} + P_{2y} = (-P_1 \sin\frac{\pi}{2}) + (-P_2 \sin\theta) = -P_1 - P_2 \sin\theta$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \tag{2.32}$$

$$\pi + \alpha = \arccos\frac{P_x}{P} \quad (x\text{軸の正方向との角度}) \tag{2.33}$$

パリニオンの定理によると、力の合成前後の（点 A まわりの）モーメントが変わらないため

$$P_x \cdot 0 + (-P_y L) = -P_y L = M_1^A + M_2^A = P_1 L_1 + P_2 L_2 \sin\theta \tag{2.34}$$

が分かり、合力 P の点 A までの距離 L は

$$L = \frac{P_1 L_1 + P_2 L_2 \sin\theta}{-P_y} = \frac{P_1 L_1 + P_2 L_2 \sin\theta}{P_1 + P_2 \sin\theta} \tag{2.35}$$

となる。

2.4.4 偶力

偶力（ぐうりょく）とは、以下のような性質を持つ力のペア（二つ）である。

偶力の性質

- 作用線が平行
- 互いに大きさが等しい
- 方向が反対

したがって、偶力が働くと物体の回転運動をさせるが、並進運動をさせる効果はない。

実は、例 2.5の中の P と f、および G と F は偶力である。また、任意のモーメントが偶力に変換ことができる。

2.5 （国際）単位（系）(International System of Units)

単位系は、インチ (inch)・ポンド (pound) のようなイギリス式などいろいろあるが、世界中通用するのは、メートル (meter)・キロ (kg, kilogram) のような国際単位系 (SI Units) である。

長さや距離で言えば、ミリ（センチ）mm やセンチ cm やメートル m やキロ（メートル）km などがある。重さや質量で言えば、グラム g やキロ（グラム）kg やトン ton などがある。基本単位は時間 (s)、長さ (m)、質量 (kg)、電流 (A)、熱力学温度 (K)、物質量 (mol)、光度 (cd) である。

力の単位は、ニュートン N(Newton の略) またはその千倍のキロニュートン kN で表す。地球表面にある 1kg のものは、地球から 9.8N ぐらいの（引）力がかかっている。これは、ニュートンの運動方程式 $f = ma$ の中で、地球表面において物体の自由落下加速度 $a = g \simeq 9.8$ m/s^2 の由来である。

モーメントは力と距離の積であるため、その単位は N·m や kN·m で表す。

後で出てくる単位面積あたりの力の大きさを表す応力 (stress) の単位は、Pa (=N/m^2) や MPa (1N/mm^2 = 10^6 N/m^2 = 10^6 Pa) である。

構造力学でよく使われている国際単位を表 2.5でまとめている。

例 2.7. 重さ（質量）1ton の自動車を吊り上げるために、鉄棒の必要断面を求めてください。

鉄の引張（破断）強度 σ_u は 400MPa ぐらいある。というのは、1 平方 mm(mm^2) の鉄は、400N（質量 40kg 相当）の力を負担できる。もっと具体的にいえば、1 ton（重量 10,000N 相当）の車を吊あげるのに、

$$\begin{aligned} P &= A\sigma_u = \frac{\pi d^2}{4}\sigma_u \\ \Longrightarrow\ d &= \sqrt{\frac{4P}{\pi\sigma_u}} = \sqrt{\frac{4 \times 10000}{3.14 \times 400}} \simeq 11.3(\mathrm{mm}) \end{aligned} \tag{2.36}$$

[8] 弾性係数は、ヤング係数 (Young's Modulus) とも呼ばれる。

表 **2.1** 構造力学に使われる国際単位

	単位
長さ	m, cm (= 10^{-2}m), mm (= 10^{-3} m)
角度	rad, 360° $= 2\pi$ rad ≈ 6.28 rad
時間	s
質量	kg, ton (= 10^3kg), g (= 10^{-3}kg)
加速度	m/s^2
密度	kg/m^3
モーメント	N·m
面積	m^2
力	N (= kg·m/s^2)
応力	N/m^2, Pa (= N/m^2), Mpa (= N/mm^2 = 10^6Pa), GPa (= kN/m^2 = 10^9Pa)
断面２次モーメント	m^4
弾性係数[8]	N/m^2, N/mm^2, kN/m^2

ここで、P は自動車の重量、A は鉄棒の断面積、d は鉄棒断面の直径である。上記の計算によると、鉄棒の直径 d は 11.3mm だけで重さ 1ton の自動車を吊り上げることが可能[9]である。

2.6 宿題

Exercise 2.1. 図2.7の単純梁に二つの外力 P が作用している。この外力の合力を求めてください。

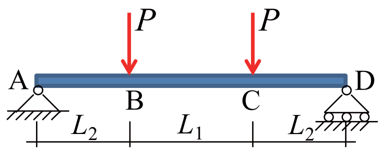

図 **2.7** 宿題2.1

[9] 実際には、鉄の破断に至る前に、「降伏」という段階もある。