

Chapter 6 曲げ材の設計

Abstract この章には、主に曲げモーメントを受ける曲げ材の設計問題について説明する。梁は曲げ材である。

6.1 曲げ材の基本

曲げモーメントとそれに付随するせん断力を受ける部材を曲げ材という。鋼構造物における曲げ材は梁¹に代表される。

曲げ材を設計するとき、面内挙動と面外挙動両方を配慮しなければならない。面内挙動とは、曲げモーメントが作用する面内に梁がたわみ、断面に垂直応力が生じる現象である。このとき、曲げ応力（度）が材料の降伏強さや引張強さを超えないように設計する。

面外挙動とは、曲げモーメントが作用する面と異なる方向にねじりをともないながら横たわみが生じる現象を意味し、横座屈という。横座屈が生じると、梁は不安定となり、荷重を支持する能力が低下するため、構造安全性に支障をきたす。

梁の多くには、曲げ性能のよい2軸対称のH形断面材²が用いられる。梁の断面は一般に板要素で構成されているので、圧縮応力の作用による局部座屈にも注意が必要である。局部座屈を防ぐために、その幅厚比に制限が設けられている。具体的な数値については、第4章を参考にしてください。

6.2 曲げ材の許容応力度設計（一次設計・弾性設計）

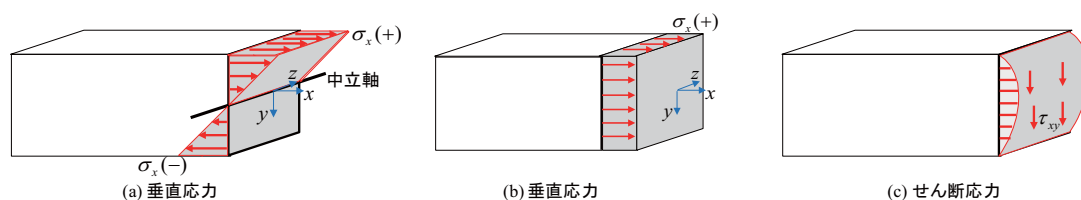


図 6.1 梁の切断面における応力分布

¹ 建物の梁はそれが支える鉄筋コンクリート床スラブと一体となっている場合は合成梁と呼ばれる。

² 2次構造部材や軽量構造では1軸対称の溝形鋼や対称軸のないZ形断面が使用されることがある。このときには、ねじりや2軸曲げに注意しなければならない。

図6.1は梁の断面における応力分布を示している。ここで、(a)は x 軸まわりの曲げモーメントによる垂直応力の分布であり、(b)は軸力による垂直応力の分布であり、(c)はせん断力によるせん断応力の分布である。

曲げ材を許容応力度設計法に基づいて設計するとき以下に示すような五つの主な検討項目がある。

曲げ材の許容応力度設計における検討項目：

1. 引張フランジが降伏しないこと
2. ウェブがせん断降伏しないこと
3. 横座屈が生じないこと
4. 板要素が局部座屈しないこと
5. たわみが許容値を超えないこと

6.2.1 垂直応力に対する検証

梁が断面の強軸方向の主軸回りだけに曲げモーメントをうける一軸曲げのときには、圧縮側と引張側の縁垂直応力度³は、それぞれ次のように求められる。

$$\begin{aligned} {}_c\sigma_b &= \frac{M}{Z_c} \\ {}_t\sigma_b &= \frac{M}{Z_t} \end{aligned} \quad (6.1)$$

ここで、 M は曲げモーメント、 Z_c と Z_t はそれぞれ圧縮側と引張側の断面係数である。

断面係数は、断面の引張側にボルト孔があるとき、孔の面積を控除した断面より求める。圧縮側の孔は除かなくてよいが、計算上の便宜を図り、引張側と同じように孔を控除したほうが中立軸の移動を考慮しなくて済む。

曲げモーメントが作用している（荷重）面が断面の主軸に一致しないときには、断面には二つの主軸回りに同時に作用するとなる。このような状態を二軸曲げという。断面の二つの主軸まわりの曲げモーメントの成分を M_x と M_y とすると、断面の最大圧縮応力度 σ_c 、最大引張応力度 σ_t はそれぞれ次に求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_c &= {}_c\sigma_{bx} + {}_c\sigma_{by} = \frac{M_x}{Z_{cx}} + \frac{M_y}{Z_{cy}} \\ \sigma_t &= {}_t\sigma_{bx} + {}_t\sigma_{by} = \frac{M_x}{Z_{tx}} + \frac{M_y}{Z_{ty}} \end{aligned} \quad (6.2)$$

ここで、 Z_{cx} 、 Z_{tx} は x 軸に関する圧縮側、引張側の断面係数、 Z_{cy} 、 Z_{ty} は y 軸に関する圧縮側、引張側の断面係数である。

建築構造物においては、普通の梁が一軸曲げだが、勾配屋根の母屋は二軸曲げの状態になっている。

したがって、曲げモーメントをうける梁断面の垂直応力度（圧縮応力度 ${}_c\sigma_b$ と引張応力度 ${}_t\sigma_b$ ）は、次のように検討する。

曲げ材の垂直応力度検定：

- 一軸曲げのとき

³ 曲げによる生じる垂直応力であるため、曲げ応力とも呼ばれる。

$$\begin{aligned}\frac{c\sigma_b}{f_b} &\leq 1 \\ \frac{t\sigma_b}{f_t} &\leq 1\end{aligned}\quad (6.3)$$

• 二軸曲げのとき

$$\begin{aligned}\frac{c\sigma_{bx}}{f_{bx}} + \frac{c\sigma_{by}}{f_{by}} &\leq 1 \\ \frac{t\sigma_{bx} + t\sigma_{by}}{f_t} &\leq 1\end{aligned}\quad (6.4)$$

ここで、 f_{bx} 、 f_{by} はそれぞれ x 軸、 y 軸まわりの許容曲げ応力度である。また、 f_t は許容引張応力度である。

6.2.2 せん断応力に対する検証

梁の曲げモーメントが材軸方向に変化するときは、梁にはせん断力が作用する。梁の最大せん断力応力度は断面のウェブの中立軸位置に生じ、次の式で求められる。

$$\tau_{\max} = \frac{QS}{tI} \quad (6.5)$$

ここで、 Q はせん断力、 S は中立軸の上または下の片側部分の断面の中立軸に関する断面 1 次モーメント、 t はウェブ厚、 I は梁の断面 2 次モーメントである。

H 形断面の梁では、その最大せん断応力度はせん断力の値をウェブの断面積で除した平均せん断応力度よりもわずかに大きくないので、実用的には次のように検討してよい。

曲げ材のせん断応力度検定：

$$\tau = \frac{Q}{A_w} = \frac{Q}{(h - 2t_f)t_w} \leq f_s \quad (6.6)$$

ここで、 A_w はウェブ断面積、 h は梁せい、 t_w はウェブ厚、 t_f はフランジ厚、 f_s は許容せん断応力度である。

6.2.3 横座屈に対する許容応力度

耐震性能が必要となる骨組の梁では、梁の横補剛による梁端部の回転変形能力の確保が必要である。これはいわゆる保有耐力横補剛である。それに対して、以下の二つの方法のいずれかによることになっている。

1. 梁全長にわたって均等間隔で横補剛を設ける方法
梁断面の弱軸まわりの細長比 λ_y が次式を満足する。

$$\begin{aligned}\text{SN400 のとき} \quad \lambda_y &\leq 170 + 20n \\ \text{SN490 のとき} \quad \lambda_y &\leq 130 + 20n\end{aligned}\quad (6.7)$$

ここで、 $\lambda_y = l/i_y$ 、 l は梁の長さ、 i_y は梁の弱軸まわり断面 2 次半径、 n は横補剛の箇所数である。



図 6.2 均等間隔の横補剛（名市大北千種キャンパスの外にある歩道橋）

2. 主として梁端部に近い部分に横補剛を設ける方法
降伏曲げモーメントを超える曲げモーメントが作用する領域においては、次式で示す間隔横補剛を設置する。

$$\begin{aligned} \text{SN400 のとき} \quad & l_b \cdot h / A_f \leq 250, \text{ かつ } l_b / i_y \leq 65 \\ \text{SN490 のとき} \quad & l_b \cdot h / A_f \leq 200, \text{ かつ } l_b / i_y \leq 50 \end{aligned} \quad (6.8)$$

ここで、 l_b は梁の横補剛間隔、 h は梁せい、 A_f は圧縮側フランジの断面積である。

上記の規定は横座屈が起こらないようなものであり、それを満足しない場合に横座屈が生じる恐れがある。この場合にも、許容応力度を与えて検討するが、計算はややこしいので、ここでは詳しく説明しないとする。

6.2.4 板要素の局部座屈のための幅厚比制限

許容応力度設計法において、弾性範囲で断面の板要素に局部座屈を生じさせないために、一定の幅厚比が必要である。さらに、耐震性能が必要となる骨組の梁で、特に保有水平耐力の検討を行わないときには、十分な塑性変形量を確保するため、より厳しい幅厚比が必要である。

これらに対して具体的な数値は第 4 章を参考にしてください。

6.2.5 変形（たわみ）制限

建物の床や屋根を支える梁は鉛直荷重によってたわみが生じる。たわみが大きすぎると、歩行時の不快感や不安感、床に設置されている機械の誤作動など種々の使用上の問題を起こす。したがって、たわみに一定の制限（許容）値を設ける必要があるが、個々の状況に依存するため、一義的に定めることが難しい。

梁の最大たわみは、一般に次の式で表すことができる。

$$\delta = \alpha \frac{Wl^3}{EI} \quad (6.9)$$

ここで、 α は支持端の条件および荷重の分布状態により定まる係数、 W は梁に作用する全荷重（等分布荷重の場合には $W = wl$ ）、 l は梁のスパン、 I は梁の断面 2 次モーメント、 E は鋼材のヤング係数 ($2.05 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$) である。

表 6.1 梁のたわみ係数 α

支持状態	片持ち梁		単純梁		固定梁	
荷重状態	集中	等分布	集中	等分布	集中	等分布
α	1/3	1/8	1/48	5/384	1/192	1/384

梁の両端は、一般に単純支持と固定端の中間の弾性支持の状態にある。したがって、梁のたわみは単純支持とみなして検討しておいたほうが安全側となる。

目安としては、固定荷重と積載荷重の組合せ（いわゆる長期荷重）に対して、梁のたわみ制限は以下のものがある。

表 6.2 長期荷重に対して梁のたわみ制限（参照値）

両端支持	スパンの 1/300
片持ち梁	スパンの 1/250



図 6.3 クレーン走行梁（写真とは異なるが、工場 1 にもある）

また、クレーン走行梁にはクレーンが走行するため、上記の制限値よりも厳しいものが必要である。

表 6.3 クレーン走行梁に対してたわみ制限（参照値）

手動クレーン	スパンの 1/500
電動クレーン	スパンの 1/800~1/1,200

また、鋼構造建築で苦情が出ることが多いのは、床および梁の振動障害と遮音の問題である。そのために適度な剛性を持たせておく必要がある。

6.3 曲げ材の終局耐力設計法（二次設計・塑性設計）

曲げ材を塑性設計法に基づいて設計するときは、塑性ヒンジの曲げ耐力を全塑性モーメント M_p として崩壊（終局）荷重を算定し、これが大地震に相当する荷重より大きいことを確認すればよい。

曲げ材の終局設計法における判定条件：

$$P_u \geq \bar{P} \quad (6.10)$$

ここで、 P_u は構造物の崩壊（終局）荷重、 \bar{P} は大規模地震に対応する 極限荷重⁴である。

崩壊荷重とは、構造物が崩壊直前までに抵抗できる荷重の大きさを意味するため、構造物の能力だと考えても良い。したがって、上式は想定される襲ってくる最大規模の地震力よりも構造物の（終局）能力が高いため、構造物は倒壊に至らないことが保証される。

ここでは、横座屈や板要素の局部座屈により塑性回転能力の低下を招かないことを前提としている。したがって、適切な間隔で横補剛と一定の幅厚比が必要となる。

6.3.1 崩壊（終局）荷重

建物の設計では、地震などによって損傷を受けないということが重要ですが、数百年に一度おこるような巨大地震に対しては、損傷を完全に回避することは困難である。したがって、このような巨大地震に対しては、人命保護のために、損傷は受けても崩壊しないことを保証する必要がある。巨大地震で建物の崩壊を防ぐには、どの程度の地震荷重（水平力）によって、建物が崩壊するのかを求めておく必要がある。

建物が崩壊する時の荷重を崩壊荷重または終局荷重と呼ぶ。

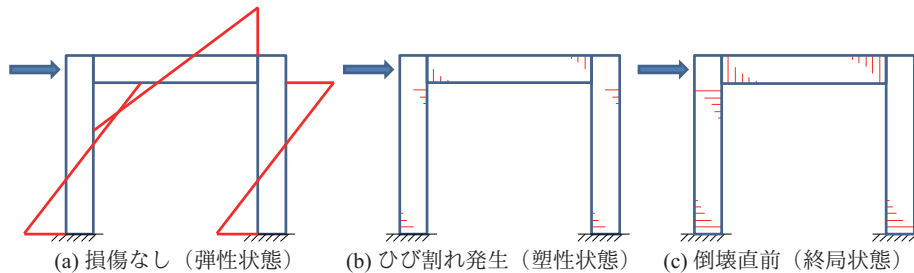


図 6.4 荷重による構造物の損傷（ひび割れ）状態の変化。

図6.4には、骨組に作用する水平荷重が徐々に大きくなる時、建物の損傷状態の変化を示している。説明しやすいため、ここでは鉄筋コンクリート造の建物を例としている。(a)の弾性状態では、建物に損傷がなく、荷重が無くなると元の状態に戻る。しかし、(b)の塑性状態では、建物にひびが入り、損傷を受ける。しかし、まだ崩壊には至らず、人命は保護される。（ただし、補修は大変である。）(c)の終局状態では、柱または梁のひび割れが貫通しているため、これ以上の外力荷重を負担することができない。その後、建物が崩れ、人命にも被害を及ぼす。

鉄骨造建物の場合は、ひび割れが基本的には発生しないが、鋼材が降伏（RC造の(b)塑性状態に相当）してから、全塑性状態（RC造の(c)終局状態に相当）に達する。図6.5には、4階建ての鉄骨造フレーム構造が地震による倒壊過程を構造解析で（再現シミュレーション）した倒壊直前の結果である。図中の色は von Mises 応力の分布を示している。色が赤いほど、応力が高いであることを意味する。1層目の柱頭と柱脚の応力が高く、全断面にわたって塑性化しているため、この建物は1層目の層崩壊という形で崩れる。

骨組の崩壊荷重を求めるには、いくつかの仮定が必要となる。一つは、材料の応力とひずみの関係を図6.6のようにモデル化する。このモデルでは、降伏強さ σ_y に達した後、ひずみが増加しても、応力一定になり、完全弾塑性モデルという。

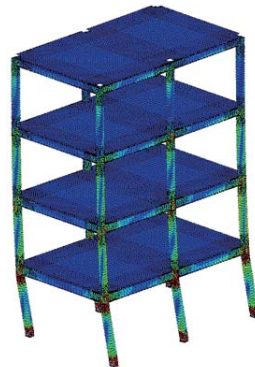


図 6.5 鉄骨造建物の倒壊シミュレーション

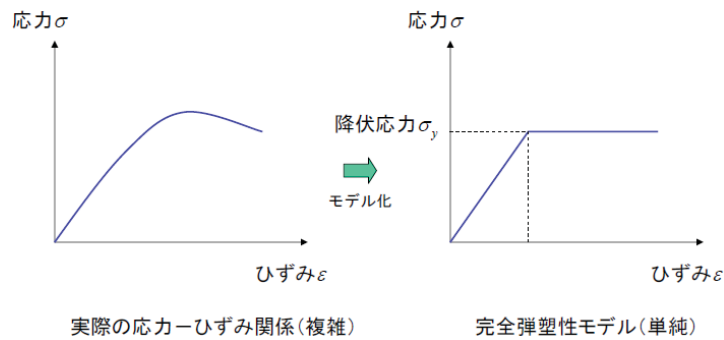


図 6.6 完全弾塑性モデル

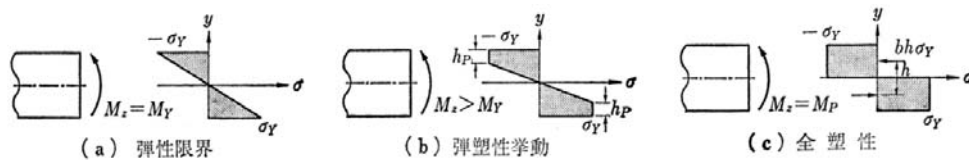


図 6.7 弾性、弾塑性、全塑性状態における垂直応力分布。

6.3.2 全塑性モーメント

このような完全弾塑性モデルを仮定すると、曲げモーメントが加わる部材の断面の応力状態は図6.7に示すように変化する。まず、応力が降伏応力に至るまでは、(a)のように応力の傾きは直線になる。この状態が弾性状態である。断面の端が、降伏応力に達すると、それ以上応力は高くならないため、(b)のように、断面の端から徐々に応力一定の領域が進展していく。この状態が弾塑性状態である。そして、最終的に(c)のように、断面の全領域が降伏し、これ以上の曲げに対する抵抗はできなくなる。これが断面の崩壊であり、この状態を全塑性状態という。崩壊荷重を求めるためには、この全塑性状態の曲げモーメントを求める必要があり、この全塑性状態の曲げモーメントを全塑性モーメントと呼ぶ。

図6.8に示す長方形断面に対して、力の釣合いによって以下の式が得られる。

$$C = T = bh\sigma_y \tag{6.11}$$

さらに、断面の全塑性モーメント M_p は、以下の式で求めることができる。

$$M_p = T \cdot j = C \cdot j = bh^2\sigma_y = Z_p\sigma_y \tag{6.12}$$

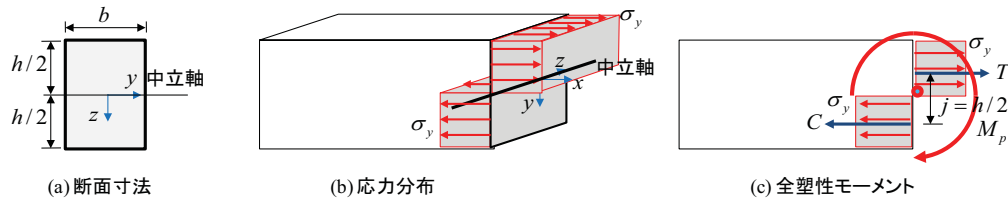


図 6.8 全塑性モーメント

ここで、 Z_p は塑性断面係数と呼ばれる。したがって、長方形断面の塑性断面係数は $Z_p = bh^2$ となる。

6.3.3 崩壊（終局）荷重の解法

崩壊荷重を求めるためには、もう一つ仮定が必要である。それは、どの部分（断面）が壊れるかと、どのような形で構造全体が崩壊するかがわかっているという仮定である。

たとえば、図に示すような門形ラーメンでは、様々な崩壊形（崩壊機構）が考えられる。このような崩壊形の中から、どのような崩壊形で崩壊に至るかを仮定する必要がある。実際は、いくつかの崩壊形に対して、崩壊荷重を計算し、そのうちの最も小さいものを崩壊荷重とする。

崩壊荷重の求めるには、仮想仕事原理が適応され、以下の手順となる。

崩壊荷重の求め方：

1. 骨組の崩壊機構を仮定する。
2. 仮定された崩壊機構の変位を δ などの変数とし、外力のなす仕事量を計算する。外力のなす仕事量は、外力 \times (外力の作用している点の外力方向の変位) によって計算できる。
3. 仮定された崩壊機構の各部材の内力のなす仕事量を計算する。各部材の内力の仕事量は、各部材両端断面の回転角とその部材の全塑性モーメントを掛けることによって計算される。
4. 外力のなす仕事量と内力のなす仕事量が等しいという仮想仕事の原理を用いて、崩壊荷重 P_u を求める。この時、各部材の回転角 θ は、節点の変位 δ を用いて表すことができるため、仮定した仮想変位 δ は、この式から消去される。
5. 最終の崩壊荷重は、すべての崩壊機構に対応する崩壊荷重のうち最小のものである。

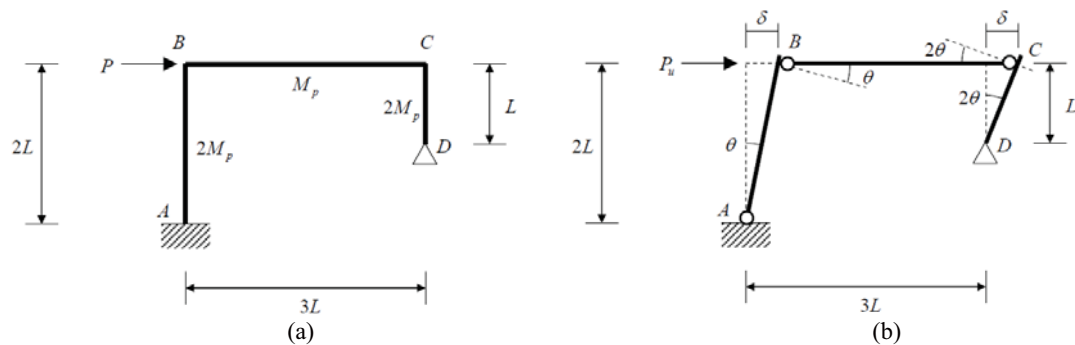


図 6.9 ラーメン構造の崩壊荷重

例えば、図6.9(a)のようなラーメン構造に対して、部材端部が壊れることを仮定する。そして、断面が崩壊する部分を（塑性）ヒンジ⁵で表し、全体崩壊が生じる時のヒンジの位置を図6.9(b)のように仮定する。梁における塑性ヒンジの全塑性モーメンを M_p とし、柱における塑性ヒンジの全塑性モーメンを $2M_p$ とする。

塑性ヒンジの回転角 θ と荷重作用点 B の変位 δ との関係は、次式で表される。

$$\delta = 2L\theta \quad (6.13)$$

内力仕事 W_I と外力仕事 W_E は、それぞれ以下の式となる。

$$\begin{aligned} W_I &= 2M_p \cdot \theta + M_p \cdot \theta + M_p \cdot 2\theta = 5M_p\theta \\ W_E &= P_u \cdot \delta = 2P_u L\theta \end{aligned} \quad (6.14)$$

外力仕事 W_E と内力仕事 W_I が一致するという仮想仕事の原理を適用すると、崩壊荷重 P_u は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} W_I &= W_E \\ \Rightarrow 5M_p\theta &= 2P_u L\theta \\ \Rightarrow P_u &= \frac{5M_p}{2L} \end{aligned} \quad (6.15)$$

⁵ ヒンジ (Hinge) はピンと同じである。塑性ヒンジは普通のヒンジ（ピン）と似ているように、いくら回転しても曲げモーメントが変わらない：ピンの場合にはいつでもゼロ、塑性ヒンジの場合は M_p 。