

Chapter 5 圧縮材の設計

Abstract この章には、主に圧縮力を受ける部材の設計問題について説明する。

5.1 圧縮材の基本

圧縮力を主として受ける部材を圧縮材 (Compressive Member) という。圧縮力を負担できる筋交い、トラスの圧縮弦材および圧縮腹材などがある。ラーメン構造の中の柱も大きな圧縮力をうけるが、曲げモーメントも負担されるので、圧縮曲げ材の設計問題において説明する。

圧縮材では、引張材と同様に材料の強度によって決まる断面耐力の検討のほかに、部材座屈問題も検討しなければならない。また、圧縮材を構成する鋼板は局所座屈しやすいため、一定以上の幅厚比が必要である。具体的な数値は第4章の板要素に記載されている。また、局所座屈は、圧縮材だけでなく曲げ材や曲げ圧縮材にも共通する問題である。

5.2 圧縮材の座屈

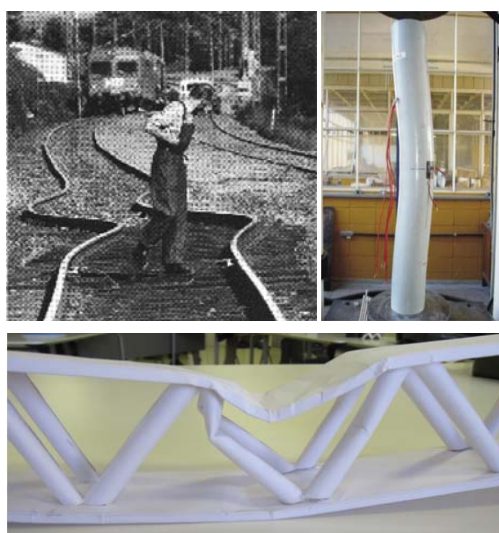


図 5.1 座屈の例。上左：高温により伸びた鉄道レール、上右：柱の圧縮実験、下：トラス紙模型の載荷実験。

座屈（ざくつ、Buckling）は、普通の柱または板の軸方向に加える圧縮荷重を次第に増加すると、材料破壊応力に達するまで顕著な変形が見られないが、細長い柱や薄い板の場合に、軸方向と直交する方向に急に大きな変形が生じる現象（例えば図5.1）を座屈と呼ばれる。

座屈と座屈荷重：

座屈とは、構造物に加える荷重が次第に増加するとともに、ある荷重で急激に変形が進む現象である。この時点の（最大）荷重は座屈荷重と呼ばれる。

座屈現象は構造の不安定現象の一つである。座屈荷重はその構造の剛性および形状に依存し、材料の強度以下で起こることもある。圧縮荷重を受ける柱の場合、材料、断面形状、荷重の条件が同じであっても、座屈荷重は柱の長さに依存するため、短い柱では座屈を起こさず、長い柱のみに発生する。

座屈現象をスケールに応じて、下記の三種類に分類できる。

座屈の種類：

- 局所座屈 (Local Buckling)：局所的な部分が面外方向に急激な大変形が起こることである。特に薄い板に発生しやすい。
- 部材座屈 (Member Buckling)：圧縮力を受けている部材が、材軸方向と直行する方向に急激な大変形が生じるものである。部材座屈は本章の主な内容である。
- 全体座屈 (Global Buckling)：部材または部材の局部に材料破壊や座屈現象が起こらずに、構造物全体が座屈してしまうことである。これは特に柱のない大きな空間を構築する空間構造に生じやすいものである。

5.2.1 弾性（オイラー）座屈

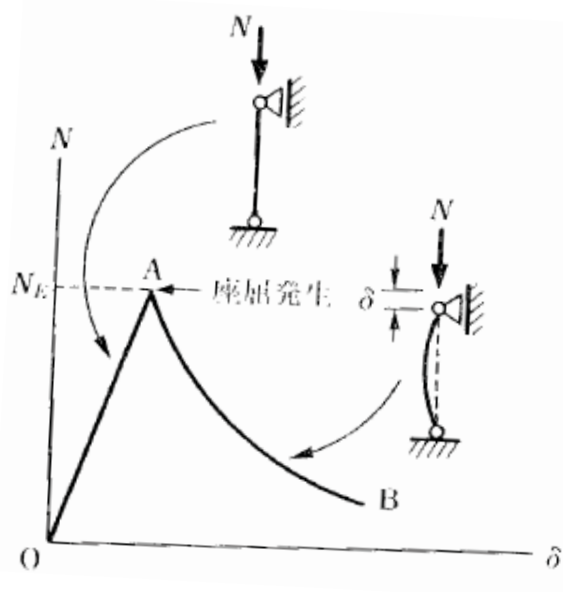


図 5.2 軸圧縮を受ける柱の軸力と変位関係。

まっすぐの棒（柱）の図心軸に圧縮力 N を加える問題を考える。柱の両側はピン支持とローラー支持である。座屈までの軸力 N と軸方向の変位 δ の関係を図5.2の直線の部分に示す。この場合に軸力・変位関係は以下の式で表せる。

$$\delta = L \cdot \varepsilon = L \cdot \frac{\sigma}{E} = \frac{L}{EA} N \quad (5.1)$$

ここで、 E はヤング係数、 A は断面積である。従って、直線部分の傾きは $L/(EA)$ となる。「完璧」にまっすぐな柱（完全系、perfect system）なら、上記の式にしたがって、材料破壊（または降伏）まで変形していくが、実際の柱は少しだけの施工誤差（不整、imperfection）があっても座屈現象が起こる可能性がある。

圧縮材の一端をピン支点、もう一端を軸方向に動けるローラー支点とした場合に、スイスの数学者オイラー (Leonard Euler, 1707–1783) は、座屈が発生するときの座屈荷重 N_E を数学的に誘導した¹。

$$N_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (5.2)$$

座屈応力度：

座屈応力度 σ_E は座屈荷重 N_E と柱の断面積 A を用いて定義される。

$$\sigma_E = \frac{N_E}{A} = \frac{\pi^2 EI}{Al^2} = \frac{\pi^2 E}{l^2/i^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (5.3)$$

ここで、 $i (= \sqrt{I/A})$ は断面 2 次半径、 $\lambda (= l/i)$ は細長比 (slenderness ratio) である。 λ は無次元で、 i は長さの次元をもっている。

式 (5.3) からでも分かるように、柱は細長いほど、座屈荷重が小さくなるため、座屈しやすくなる。したがって、長い柱には一定の断面をもたせる必要がある。

5.2.2 有効長さ

座屈荷重は支持条件の影響を受ける。基本的には、圧縮材両側の拘束が強いほど、有効長さが短くなる。そのため、座屈荷重が大きくなるため、部材が座屈しにくくなる。

有効長さ l_k を用いて、オイラー座屈荷重は以下のように書き直せる。

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2},$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_k^2} \quad (5.4)$$

圧縮材の支持条件によって、その有効長さは図5.3にまとめている。

5.2.3 非弾性座屈

式 (5.4) の座屈荷重 N_E と降伏軸力 $N_y (= A\sigma_y)$ の比は以下で定義される。

$$\frac{N_{cr}}{N_y} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2} \frac{1}{A\sigma_y} = \frac{\pi^2 E}{\sigma_y l_k^2} i^2 = \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \frac{1}{\lambda^2} \quad (5.5)$$

¹ オイラー座屈荷重とも呼ばれる。誘導の詳細は 2 回生の構造力学の講義ノートを参照してください。

拘束条件	水平移動拘束 回転両端ピン	水平移動拘束 回転上端ピン下端固定	水平移動拘束 回転両端固定	水平移動自由 回転両端固定	水平移動自由 回転上端ピン下端固定
座屈モード					
有効座屈長さ l_k	l	$0.7l$	$0.5l$	l	$2l$

図 5.3 支持条件による有効長さ。

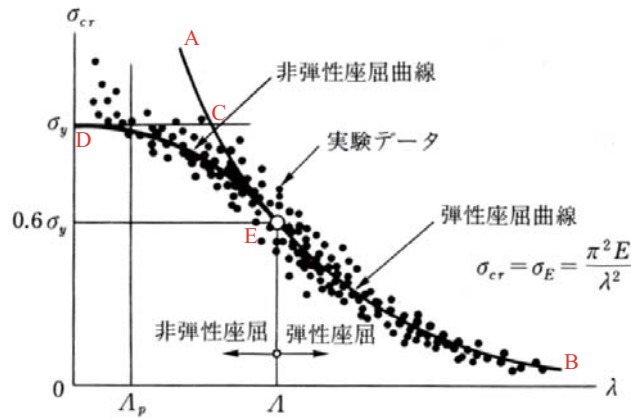


図 5.4 設計用座屈曲線 (Taken from)。

細長比 λ と座屈耐力 σ_{cr} との関係は、式 (5.4) によると、図 5.4 に示す弾性座屈曲線 (ACB) となる。これをオイラー曲線という。水平方向の直線 DC は、完全弾塑性² の場合の降伏軸力を表している。また、図中の点は実験の結果である。

座屈耐力は断面耐力である降伏軸力 (C 点) 以上に上昇することができない。完全弾塑性体の場合、細長比 λ と座屈耐力 σ_{cr} との関係は、(完全弾塑性圧縮耐力) 曲線 DCB となる。

しかし、図 5.4 の点で表す実験結果によると、細長比が比較的に大きい圧縮材ではオイラー曲線と実験値とよく一致するが、細長比が小さくなると (特に降伏耐力の C 点付近では)、実験値は完全弾塑性圧縮耐力曲線の値より小さいことが実験から分かった。

これは、部材断面を圧延または溶接組立により制作した際に生じた内部応力 (残留応力) や初期不整により、平均応力度が降伏応力度に達しない荷重の下でも断面の一部が降伏し、降伏部分の剛性が低下することとなる。

² ひずみ硬化はなく、引張強度と降伏強度が同じであるとの仮定

5.2.4 設計用座屈曲線

非線形座屈の効果を考慮するため、「鋼構造設計規準」で採用されている設計用の細長比・座屈荷重曲線は以下二つのケースに分けられる：

- 細長比が比較的に大きい場合に、オイラーの座屈曲線式 (5.4) を使う。
- 細長比が比較的に小さい場合に、J.B. Johnson が提案された放物線で表す方法を採用する。

上記の 2 ケースの境界細長比 Λ は、「鋼構造設計規準」では以下の値を採用している。

$$\Lambda = \pi \sqrt{E/0.6\sigma_y} \quad (5.6)$$

「鋼構造設計規準」の設計用座屈曲線：

$$\frac{N_{cr}}{N_y} = \begin{cases} 1.0 - 0.4 \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2, & \text{if } \lambda \leq \Lambda \\ \frac{\pi^2 E}{\sigma_y} \frac{1}{\lambda^2}, & \text{if } \lambda > \Lambda \end{cases} \quad (5.7)$$

5.3 断面耐力の検討（許容応力度設計）

圧縮材の断面耐力を検討する際には、軸力 N と全断面積 A_g によって、圧縮応力度 σ_c を算出し、これと適切に算出された細長比より定まる許容応力度 f_c と比較する。

圧縮材の断面耐力検定：

$$\sigma_c = \frac{N}{A_g} \leq f_c \quad (5.8)$$

上記の関係式を満たせば、圧縮材の断面設計を合格とする。ここでは、圧縮応力度 σ_c を計算する際に、引張材のように有効断面積 A_e ではなく、軸力 N を圧縮材の全断面で負担するとし、全断面積 A_g を使う。

5.3.1 許容圧縮応力度 f_c

式 (5.8) の中の許容圧縮応力度 f_c は、式 (5.7) に示す座屈荷重 N_{cr} を部材断面積で除した座屈応力度 σ_{cr} を、さらに安全率を除して定められている。座屈強度は初期不整による元たわみや偏心などの影響をうけるため、安全率 v は弾性座屈する範囲では許容引張応力度に対する値より大きめにとり、長期応力に対して 13/6 とする。

すなわち、弾性座屈 範囲内 ($\lambda > \Lambda$) において、長期許容圧縮応力度は以下の式で計算する。

$$f_c = \frac{6}{13} \frac{0.6F}{(\lambda/\Lambda)^2} = \frac{0.277}{(\lambda/\Lambda)^2} F, \quad \text{for } \lambda > \Lambda \quad (5.9)$$

ここで、弾性座屈と非弾性座屈の境界 Λ は基準強度 F^3 で定められる。

$$\Lambda = \pi \sqrt{\frac{E}{0.6F}} \quad (5.10)$$

³ 鋼材の基準強度は表 2.3 に記載されている。

非弾性座屈 範囲内 ($\lambda \leq \Lambda$) において、長期許容圧縮応力度は以下の式で計算する。

$$f_c = \frac{F}{v} \left\{ 1.0 - 0.4 \left(\frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2 \right\}, \quad \text{for } \lambda \leq \Lambda \quad (5.11)$$

ここで、 v の値は、細長比が小さくなるにしたがって小さくなる。また、 $\lambda = 0$ のとき v は $3/2$ となるように定められている：

$$v = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda}{\Lambda} \right)^2 \quad (5.12)$$

となる。

また、短期応力（荷重）に対する安全率は長期応力（荷重）に対するものの $2/3$ である。すなわち、短期許容圧縮応力度は上記の値の 1.5 倍となる。